



# Etude théorique et numérique de l'expansion d'un plasma crée par laser : accélération d'ions à haute énergie.

Thomas Grismayer

## ► To cite this version:

Thomas Grismayer. Etude théorique et numérique de l'expansion d'un plasma crée par laser : accélération d'ions à haute énergie.. Physique [physics]. Ecole Polytechnique X, 2006. Français. NNT : . pastel-00002924

**HAL Id: pastel-00002924**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00002924>**

Submitted on 27 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse présentée pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE**

Spécialité: physique des plasmas

par

**Thomas GRISMAYER**

**Etude théorique et numérique de l'expansion d'un  
plasma créé par laser :  
accélération d'ions à haute énergie**

soutenue le 1 décembre 2006 devant le jury composé de:

<i>Président :</i>	M. Patrick AUDEBERT
<i>Rapporteurs :</i>	M. Pierre BERTRAND M. Vladimir TIKHONCHUK
<i>Examineurs :</i>	M. Erik LEFEBVRE M. Victor MALKA
<i>Directeur de thèse :</i>	M. Patrick MORA

Mis en page avec la classe thloria.

# Remerciements

*« Une âme délicate est gênée de savoir qu'on lui doit des remerciements,  
une âme grossière, de savoir qu'elle en doit »*

*Nietzsche*

*Lorsqu'on achève ces trois années de thèse, il nous vient naturellement à l'esprit la nécessité de repenser la chronologie de notre étude, d'esquisser les chemins tortueux qui nous ont conduit et permis d'obtenir des résultats, ces conclusions, ces interprétations, ces progrès personnels et scientifiques. C'est justement dans cette façon de repenser que l'on s'aperçoit que l'émergence des idées, et des résultats qui en débouchent, n'a pu s'opérer qu'à travers la présence d'un entourage de qualité. Je désignerai par cet entourage, à qui je voue une réelle gratitude, l'ensemble des personnes qui ont contribué de manière proche ou lointaine à la réalisation de ce manuscrit.*

*Mon aventure au Centre de Physique Théorique (CPHT) débuta par mon stage de DEA sous la direction d'Arnaud Couairon. A cette époque, mon souhait le plus cher était de découvrir le milieu des théoriciens et de travailler en leur sein. Alors néophyte dans un milieu encore quasiment inconnu, Arnaud Couairon a su avec sa réserve, me présenter à l'équipe Plasma du laboratoire et me convaincre de la qualité de l'environnement dont je disposerai pour une éventuelle thèse. J'ai pu ainsi rapidement faire la connaissance de Patrick Mora, directeur du laboratoire, alors à la recherche d'un étudiant. J'adresse ici de profonds remerciements à Patrick Mora qui s'est avéré être un directeur de thèse exceptionnel. Je louerai parmi ces nombreuses qualités, sa grande disponibilité physique et intellectuelle, sa pédagogie, sa mansuétude ainsi que la confiance qu'il a su m'accorder dans des périodes de troubles. Sa méthode de travail restera à jamais un modèle. Je remercie également Jean-Claude Adam et Anne Héron qui furent les garants de certains de nos résultats numériques via leur code PIC.*

*Je suis reconnaissant à l'équipe expérimentale SPRINT (Sources de particules et de rayonnement intenses) du LULI et plus particulièrement à Julien Fuchs, Patrizio Antici et Patrick Audebert, avec qui j'ai collaboré pendant trois ans. Nous avons pu confronté ensemble données expérimentales et modèles théoriques dans le but d'une meilleure compréhension de la physique des expansions de plasma induites par laser. Notre relation n'étant pas limitée au cadre professionnel, j'ai pu avec grand plaisir goûter à un aperçu de la physique expérimentale ainsi qu'à l'esprit d'équipe qui tranche notablement avec la solitude du théoricien.*

*Je remercie naturellement Vladimir Tikhonchuk et Pierre Bertrand qui ont accepté la tâche de rapporteur de thèse, Patrick Audebert (une nouvelle fois) pour avoir présidé le jury de thèse ainsi que Victor Malka et Erik Lefebvre pour avoir été membre de mon jury de thèse.*



*Viennent ensuite les remerciements aux amis. Tout d'abord à Alexandre Ducrocq qui a partagé mon bureau pendant ces trois années et dont les relations évoluèrent, passant du cadre cordial, professionnel à une belle amitié. Je me rappelle particulièrement ces joutes verbales, ces instants où chacun expliquait ses problèmes à l'autre ; tout ceci contribuant à une vision plus ample de la physique et des concepts généraux. Puis à Claire, chère amie de longue date et brillante étudiante fantasque qui a suivi de près la rédaction du manuscrit ; je tentais régulièrement de lui vulgariser mon travail et venaient ensuite ces discussions où nous nous amusions à effectuer de nombreux parallèles entre philosophie et physique (une sorte de cerise sur le gâteau).*

*Sachant que je crois que l'éducation prime sur l'inné, les derniers remerciements seront pour mes parents, qui ne m'ont pas fait scientifique mais qui m'ont donné ce goût pour la culture, la connaissance et qui m'ont laissé une totale liberté dans le choix de mes ambitions professionnelles ; quel don !*

# Table des matières

Liste des symboles	ix
--------------------	----

Table des figures	1
-------------------	---

Introduction	9
--------------	---

1	Généralités . . . . .	9
2	Ions émis en face avant . . . . .	9
3	Ions émis en face arrière . . . . .	11
4	Applications . . . . .	14
5	Plan de la thèse . . . . .	14

---



---

Partie I	Expansion de plasma plane	17
----------	---------------------------	----

---



---

Chapitre 1	Expansion d'un plasma semi-infini	19
------------	-----------------------------------	----

1.1	Expansion auto-semblable d'un plasma dans le vide . . . .	19
1.1.1	Solutions auto-semblables . . . . .	19
1.1.2	Modèle physique - description cinétique . . . . .	20
1.1.3	Modèle physique - description fluide . . . . .	24
1.2	Influence des effets de séparation de charges-aspects théo- riques . . . . .	26
1.2.1	Situation initiale . . . . .	26
1.2.2	Expansion du plasma . . . . .	28

1.3	Influence des effets de séparation de charges-résolution numérique . . . . .	29
1.3.1	Normalisation . . . . .	29
1.3.2	description du maillage . . . . .	29
1.3.3	Dynamique des ions . . . . .	30
1.3.4	Résolution de l'équation de Poisson . . . . .	31
1.4	Discussion . . . . .	33
<b>Chapitre 2 Expansion d'une cible de taille finie</b>		<b>39</b>
2.1	Contexte . . . . .	39
2.2	Modèle d'expansion . . . . .	40
2.2.1	Situation initiale . . . . .	40
2.2.2	Conservation de l'énergie . . . . .	40
2.2.3	Equation d'état des électrons . . . . .	42
2.3	Expansion adiabatique d'une cible . . . . .	44
2.3.1	Cas d'une cible épaisse $L \gg \lambda_{D0}$ . . . . .	44
2.3.2	Aspects énergétiques . . . . .	47
2.3.3	Expansion avec des électrons bi-maxwelliens . . . . .	51
<b>Chapitre 3 Sondage de champ électrique par faisceaux de protons</b>		<b>57</b>
3.1	Radiographie de protons . . . . .	57
3.1.1	Contexte . . . . .	57
3.1.2	Principe . . . . .	58
3.1.3	Mesures des champs . . . . .	60
3.1.4	Détecteur RCF . . . . .	62
3.2	Sondage de champ électrique associé à la détente de plasma	63
3.2.1	Dipositif expérimental . . . . .	63
3.2.2	Résultats expérimentaux . . . . .	64
3.3	Modélisation de l'expérience . . . . .	66
3.3.1	Expansion du plasma . . . . .	66
3.3.2	Description du programme . . . . .	70
3.3.3	Résultats numériques . . . . .	73

**Chapitre 4 Influence d'un gradient 81**

4.1	Introduction . . . . .	81
4.2	Modèle d'expansion . . . . .	82
4.2.1	Description physique . . . . .	82
4.2.2	Résolution numérique . . . . .	83
4.3	Expansion isotherme . . . . .	84
4.3.1	Conditions initiales . . . . .	84
4.3.2	Expansion du plasma avant déferlement . . . . .	85
4.3.3	Expansion du plasma après déferlement . . . . .	91
4.4	Expansion adiabatique . . . . .	95
4.4.1	Décroissance de la température . . . . .	95
4.4.2	Influence de la longueur de gradient sur la vitesse finale . . . . .	99

**Chapitre 5 Accélération de protons en présence de gradient :  
comparaison expérimentale 103**

5.1	Généralités . . . . .	103
5.2	Dispositif expérimental . . . . .	104
5.3	Simulations numériques . . . . .	105
5.3.1	Modélisation . . . . .	105
5.3.2	Résultats numériques. . . . .	106
5.3.3	Considérations finales . . . . .	108

**Chapitre 6 Résolution de l'équation de Vlasov dans un potentiel lentement variable 111**

6.1	Introduction . . . . .	111
6.2	Modèle cinétique . . . . .	113
6.2.1	Principe . . . . .	113
6.2.2	Invariant adiabatique . . . . .	113
6.2.3	Résolution de l'équation de Vlasov . . . . .	116
6.3	Exemple de potentiels analytiques . . . . .	117
6.3.1	Potentiels de la forme $e\Phi(x, t) = h(t)\Psi(x)$ . . . . .	117
6.3.2	Potentiel auto-semblable . . . . .	119

**Chapitre 7 Evolution de la fonction de distribution électronique 123**

7.1	Modèle théorique hybride . . . . .	123
7.1.1	Equations régissant l'expansion . . . . .	123
7.1.2	Conditions initiales et conditions limites . . . . .	124
7.2	Résolution numérique . . . . .	124
7.2.1	Equation des caractéristiques . . . . .	124
7.2.2	Construction de la fonction de distribution . . . . .	126
7.2.3	Résolution de l'équation de Poisson . . . . .	127
7.2.4	Stabilité du code . . . . .	130
7.3	Evolution globale de la fonction de distribution . . . . .	130
7.4	Comparaisons des modèles . . . . .	136
7.4.1	Fonction de distribution des vitesses . . . . .	136
7.4.2	Profils spatiaux . . . . .	138
7.4.3	Energie thermique . . . . .	138
7.4.4	Vitesse finale . . . . .	140

**Conclusion 143**

**Annexe A Détermination des coefficients de la variable auto-semblable 147**

**Annexe B Calcul d'une forme approchée de la fonction  $g$  149**

---

Annexe C Discrétisation de l'équation de Poisson en description cinétique des électrons	153
Publications	155
Bibliographie	157



# Liste des symboles

Dans ce manuscrit de thèse, l'indice  $f$  indique les grandeurs physiques situées au front d'ions et l'indice  $ss$  (*self-similar*) correspond à une grandeur résultant d'une résolution auto-semblable d'un système d'équations.

## Caractéristiques plasma

$m_i$	.....	masse ionique
$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$	.....	masse électronique
$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{C}$	.....	charge élémentaire de l'électron
$Z$	.....	degré d'ionisation
$n_0$	.....	densité du non perturbée plasma
$n_i, n_e$	.....	densités ionique et électronique
$\rho$	.....	densité de charge du plasma
$T_e$	.....	température électronique
$T_i$	.....	température ionique
$v_{th}$	.....	vitesse thermique électronique
$\omega_{pi}, \omega_{pe}$	.....	pulsation plasma ionique et électronique
$\lambda_D$	.....	longueur de Debye
$c_s$	.....	vitesse acoustique ionique
$v_i, v_e$	.....	vitesse fluide ionique et électronique
$f_e, f_i$	.....	fonction de distribution électronique et ionique
$L$	.....	longueur initiale de la tranche de plasma

## Caractéristiques laser

$I$	.....	Intensité laser
$\lambda$	.....	longueur d'onde du laser
$\tau$	.....	durée d'impulsion laser
$w$	.....	rayon de la tache focale



### Grandeurs physiques usuelles

$x, y, z$	.....	coordonnées spatiales
$t$	.....	temps
$\mathcal{E}$	.....	énergie
$P$	.....	pression
$E$	.....	champ électrique
$\Phi$	.....	potentiel associé au champ

### Fonctions et variables mathématiques

$K_\nu$	.....	fonction de Bessel du second ordre
$erf$	.....	fonction erreur
$\delta$	.....	distribution de Dirac
$\square$	.....	fonction porte
$\mathcal{H}$	.....	fonction d'Heavyside
$\xi, \zeta$	.....	variables auto-semblables

### Constantes physiques

$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{F.m}^{-1}$	.....	permittivité du vide
$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{J.K}^{-1}$	.....	constante de Boltzmann
$c = 299792458 \text{ m.s}^{-1}$	.....	vitesse de la lumière

# Table des figures

1	Schéma d'interaction entre le laser et la cible. . . . .	10
2	Paramètres des différent systèmes laser utilisés pour la génération de faisceaux de protons ultra-énergétiques. Les symboles désignent la durée d'impulsion $\tau$ , l'énergie laser $\mathcal{E}_{laser}$ , l'intensité $I$ , l'épaisseur de la cible irradiée $L$ et l'énergie maximale des protons mesurée $\mathcal{E}_{max}$ . . . . .	12
3	Spectres en énergie des protons émis en face avant (FSA) et en face arrière (RSA). Les courbes proviennent de simulations numériques, les points des données expérimentales. . . . .	12
4	(a)-(c) : distributions angulaires sur les films RCF, de protons accélérés provenant d'une cible d'aluminum de 18 microns; (d)-(f) : simulations des films RCF [les paramètres expérimentaux et l'énergie des protons sont identiques] par un code PIC 3D. . . . .	13
5	Caractéristiques requises des faisceaux de protons dans diverses applications. . . . .	14
1.1	densité ionique et électronique . . . . .	21
1.2	évolution de la fonction de distribution ionique à différents $\zeta$ ( $\tau = \zeta/\sqrt{2}$ sur la figure); cette figure est tirée de l'article [Gurevich <i>et al.</i> 1965] . . . . .	24
1.3	schéma saute-mouton . . . . .	31
1.4	schéma du code . . . . .	34
1.5	(a) : densité de charge en fonction de l'espace à $\omega_{pi0}t = 50$ . (b) : champ électrique en fonction de l'espace à $\omega_{pi0}t = 50$ ; le courbe en pointillé correspond à la solution auto-semblable, équation (1.23). . . . .	34
1.6	(a) : champ électrique au front en fonction du temps; la courbe continue correspond aux résultats numériques et les cercles à la formule théorique (1.53). (b) : vitesse du front d'ion en fonction du temps; la courbe continue correspond aux résultats numériques et les cercles à la formule théorique (1.54). . . . .	35
1.7	(a) : profil de vitesse des ions en fonction de l'espace au temps $\omega_{pi0}t = 50$ ; le profil auto-semblable est tracé en pointillé. (b) : densités électroniques et ioniques en fonction de l'espace au temps $\omega_{pi0}t = 50$ ; la densité auto-semblable est tracé en pointillé. . . . .	36

1.8	Spectre en énergie par unité de surface pour les temps $\omega_{pi0}t = 30$ et $\omega_{pi0}t = 100$ . L'énergie est normalisée à $Zk_B T_e$ et le nombre d'ions surfacique à $n_{i0}\lambda_{D0}/Zk_B T_e$ . Le spectre théorique auto-semblable est tracé en ligne pointillé. . . . .	37
2.1	$g$ tracé en fonction du paramètre adimensionné $\theta = m_e c^2 / k_B T_e$ ; le trait continu correspond à la formule analytique (2.12), les ronds à des points provenant de la forme approchée (2.13). . .	43
2.2	(a) : profil de vitesse des ions en fonction de l'espace au temps $\omega_{pi0}t = 50$ ; (b) : densités électroniques et ionique en fonction de l'espace au temps $\omega_{pi0}t = 50$ . . . . .	45
2.3	Température électronique en fonction du temps pour une cible de largeur initiale $L = 20\lambda_{D0}$ . La courbe en tiret $T_e \propto t^{-1}$ correspond à la solution asymptotique d'une température initiale de $T_{e0}=100$ MeV; la courbe en pointillés-tirets correspond à la solution asymptotique d'une température initiale de $T_{e0}=10$ keV. . . . .	46
2.4	(a) : champ électrique en fonction de l'espace pour une largeur de cible $L = 20\lambda_{D0}$ et une température initiale $T_{e0} = 1$ MeV. (b) : évolution temporelle de la vitesse du front d'ion tracée; la courbe en trait continu correspond au modèle adiabatique, celle en pointillé au modèle isotherme. . . . .	47
2.5	Evolution temporelle des composantes de l'énergie totale du plasma dans le cas d'une feuille épaisse $L = 20\lambda_{D0}$ (a) et dans le cas d'une mince $L = 0.01\lambda_{D0}$ (b); les simulations sont réalisées pour une température électronique initiale de $T_{e0}=1$ MeV. . . . .	49
2.6	spectre en vitesse au temps $\omega_{pi0}t=200$ . les nombres d'ions par unités de surface est normalisé à $n_{i0}\lambda_{D0}/c_{s0}$ ; En pointillé, le spectre du modèle isotherme pour lequel le temps a été figé à $\omega_{pi0}t=10.52$ correspondant à la même énergie cinétique ionique. . . . .	50
2.7	vitesse du front finale en fonction de la largeur de la cible dans le cas d'une température classique $T_{e0} = 1$ keV, relativiste $T_{e0} = 1$ MeV et ultrarelativiste $T_{e0} = 100$ MeV. . . . .	51
2.8	(a) : densités ionique et électroniques en fonction de l'espace normalisées à la densité $n_{e0} = n_{0h}$ ; (b) : champ électrique en fonction de l'espace normalisé à $E_0 = \sqrt{n_{0h}k_B T_{0h}/\epsilon_0}$ . Ces profils sont pris à $\omega_{pi}t = 50$ et correspondent à une expansion de plasma à deux populations électroniques. La longueur initial de la cible est $L = 20\lambda_{D0}$ , les rapport initiaux des températures et des densités sont $T_{0h}/T_{0c} = 880$ et $n_{0c}/n_{0h} = 200$ . . . . .	54
2.9	(a) : Evolution des températures électroniques $T_h$ et $T_c$ en fonction du temps, (b) : vitesse du front ionique normalisée à $c_{s0} = \sqrt{k_B T_0 / m_i}$ en fonction du temps, la courbe en trait continu correspond à une expansion de plasma à deux populations électroniques et la courbe en pointillé au cas standard. . . . .	55

---

2.10	Spectre en vitesse à $\omega_{pi}t = 200$ dans le cas d'une double population électronique. . . . .	56
3.1	Montage expérimental d'une technique de sondage par faisceau de protons. Une grille est insérée entre les deux cibles dans la cas de <i>déflexométrie par protons</i> . Note : les échelles de longueur ne sont pas respectées sur le schéma. . . . .	59
3.2	schéma représentant la trajectoire perturbée d'un proton test traversant une zone de champ. La présence de gradient de champ a pour conséquence d'éloigner et/ou de rapprocher des trajectoires causant des modulations de densités de la section du faisceau imprimée sur le détecteur. . . . .	61
3.3	Les courbes représentent l'énergie absorbée dans chaque film RCF en fonction de l'énergie incidente des protons. . . . .	63
3.4	schéma de l'expérience de sondage de champs ; le faisceau laser 2 génère un champ en face arrière de la cible qui est sondé par un faisceau de protons emis de la cible 1 ; le paquet RCF 1 collecte les protons du faisceau sonde. . . . .	65
3.5	Séries des films RCF2 générés pendant un tir laser. La série (a) correspond à une expérience d'imagerie par protons et la série (b) à une expérience où une grille a été rajoutée. Sur la figure (b) est représenté le bord de la cible 2 en trait discontinu ainsi que l'endroit où est focalisé le laser. Le temps figurant en dessous des films indique le temps d'expansion du plasma, sachant que le temps initial est pris quand le laser irradie la cible 2. Ce temps de sondage correspond directement à l'énergie des protons du faisceau 1 collectés sur les films RCF2. . . . .	66
3.6	Schéma représentant le cône de propagation du paquet d'électrons chauds dans la cible ; $\alpha$ désigne le demi-angle au sommet, $L$ la largeur de la cible et $w$ le rayon de la tache focale du laser. . . . .	69
3.7	(a) : évolution temporelle du front d'ions ; (b) : évolution temporelle de la vitesse du front d'ions. En trait continu : simulation non relativiste pour une densité de $n_{e0} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ; tirets : simulation relativiste pour une densité de $n_{e0} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ; pointillés-tirets : simulation relativiste pour une densité de $n_{e0} = 1.4 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . L'ensemble des simulations sont réalisées pour une température initiale de $T_{e0} \simeq 500 \text{ keV}$ . Les croix indiquent les données expérimentales. . . . .	70
3.8	profil spatial du champ électrique du plasma sondé aux temps $t = 5 \text{ ps}$ et $t = 10.6 \text{ ps}$ . . . . .	70
3.9	gauche : profil de température électronique normalisée à 1 en $r = 0$ ; droite : illustration d'une homothétie du champ électrique correspondant au rayon $r = r_1$ . . . . .	72

3.10	Distribution angulaire des protons du faisceau sonde à $t = 5$ ps. Conformément à l'expérience, la grille numérique est initialement incliné de $6^\circ$ par rapport à l'axe $x$ . . . . .	74
3.11	Distribution angulaire des protons du faisceau sonde à $t = 10.6$ ps. Conformément à l'expérience, la grille numérique est initialement incliné de $6^\circ$ par rapport à l'axe $x$ . . . . .	75
3.12	Déflexions relatives d'une ligne de grille transverse pour le temps $t = 10.6$ ps autour de la position $x \simeq 5$ mm; les croix indiquent les résultats expérimentaux et la ligne continue le résultat numérique. . . . .	75
3.13	Représentation qualitative à un temps donné de la surface du front d'ions; les flèches indiquent les trois types de chemins que peuvent prendre les protons tests. Violet : au dessus du front, noir : tangent au front, rouge : traversant le front. . . . .	76
3.14	(a)-(b)-(c) : chemins qualitatifs parcourus par un proton test dans la structure sondée correspondant aux flèches de la figure 3.13; (d)-(e)-(f) : champs électriques vus par un proton test ayant traversé respectivement zéro, une et deux fois le pic du champ électrique. . . . .	77
4.1	(a) : densité ionique en ligne continue et densité électronique en pointillé; (b) densité de charge surfacique; (c) champ électrique au temps $t = 0$ pour $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ . . . . .	85
4.2	Amplitude maximale du champ $E_{max}$ en fonction de la longueur initiale de gradient $l_{ss}$ au temps $t = 0$ . Ligne continue : résultats numériques; rond : courbe de l'expression (4.10); tirets : fonction asymptotique $E_{plateau} = E_0\lambda_{D0}/l_{ss}$ . . . . .	86
4.3	(a) : profil spatial de vitesse des ions au temps $\omega_{pi}t = 20$ ; (b) : profil spatial du champ électrique à $\omega_{pi}t = 0$ et $\omega_{pi}t = 20$ pour $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ . . . . .	87
4.4	(a) : Valeur minimale de densité de charge $\rho_{0,min}$ en fonction de la longueur de gradient. Ronds : résultats numériques; ligne continue : prédiction analytique [Eq. (4.17)]. (b) : Temps de déferlement $t_d$ en fonction de la longueur de gradient. Ronds : résultats numériques; ligne continue : prédiction analytique [Eq. (4.18)]. . . . .	88
4.5	(a) : Profil spatial de vitesse des ions; (b) profil spatial du champ électrique à $\omega_{pi}t = 39$ for $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ . . . . .	90
4.6	(a) : profil de densité ionique; (b) : espace des phases des ions à $\omega_{pi}t = 50$ for $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ . . . . .	91
4.7	Amplitude maximale du champ électrique en fonction du temps. Ligne continue : $E_{max}(t)$ pour $l_{ss} = 2\lambda_{D0}$ , $8\lambda_{D0}$ , and $20\lambda_{D0}$ ; tirets : $E_{front}(t)$ dans le cas standard ( $l_{ss} = 0$ ). . . . .	93

---

4.8	Evolution temporelle de la vitesse maximale des ions pour différentes longueurs de gradient. Ligne continue : $v_{max}(t)$ pour $l_{ss} = 2\lambda_{D0}$ , $8\lambda_{D0}$ , et $20\lambda_{D0}$ ; tirets : $v_{front}(t)$ pour $l_{ss} = 0$ . . . . .	94
4.9	(a) : énergie cinétique totale ionique en fonction du temps pour $l_{ss} = 0$ (ligne continue), $l_{ss} = 5\lambda_{D0}$ (tirets), $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ (pointillés) et $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$ (pointillés-tirets). (b) : vitesse maximale des ions en fonction du paramètre normalisé $l_{ss}/c_{s0}t$ . Les chiffres indiquent le temps d'arrêt des simulations. La courbe en tirets correspond au temps de déferlement qui vaut $l_{ss}/c_{s0}t_d = 0.25$ pour $\omega_{pi}t > 20$ . Les zones relatives aux phases pré et post-déferlement sont respectivement notées par les lettres majuscules « B » et « A ». . . . .	94
4.10	Evolution temporelle de la température électronique pour $L = 40\lambda_{D0}$ et $l_{ss} = 0$ (ligne continue), $l_{ss} = 6\lambda_{D0}$ (tirets), $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ (pointillés), $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$ (tirets-pointillés). . . . .	96
4.11	(a) : temps de déferlement en fonction de la longueur de gradient dans le cas isotherme (tirets) et dans le cas adiabatique (ligne continue). (b) : champ électrique à $\omega_{pi}t = 0$ et $\omega_{pi}t = 20$ pour $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ et $L/2 = 20\lambda_{D0}$ . . . . .	97
4.12	Rapport entre le temps de refroidissement et le temps de déferlement $t_R/t_d$ en fonction du paramètre $2l_{ss}/L$ . Le résultat numérique est tracé en ligne continue, la courbe correspondant à l'expression (4.32) est représentée en tirets. . . . .	98
4.13	Vitesse maximale des ions en fonction du temps; la courbe en tirets représente la vitesse maximale dans le cas standard ( $l_{ss} = 0$ ). . . . .	99
4.14	Vitesse finale en fonction du paramètre normalisé $2l_{ss}/L$ . . . . .	100
4.15	Spectre en vitesse des ions par unité de surface à $\omega_{pi}t = 2000$ . Ligne continue : spectre pour $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$ ; tirets : spectre correspondant au cas standard. Les deux simulations sont effectuées pour une largeur de cible $L = 40\lambda_{D0}$ . . . . .	101
5.1	schéma de l'expérience . . . . .	104
5.2	Energie maximale des protons collectés en fonction du délai variable $\Delta t$ ; l'énergie $E_0 = 12.6$ MeV correspond au délai $\Delta t = 0$ . . . . .	105
5.3	(a) : profil de densité ionique en fonction de l'espace à $t = 5$ ps; (b) : profil des températures ioniques et électronique en fonction de l'espace à $t = 5$ ps; (c) : profil de densité ionique en fonction de l'espace à $t = 40$ ps; (b) : profil des températures ioniques et électronique en fonction de l'espace à $t = 40$ ps. L'ensemble des simulations proviennent de code hydrodynamique FILM; les temps de simulation respectent $t = -\Delta t$ . La correspondance entre le délai $\Delta t$ et la longueur de gradient associée $l_{ss}$ est représenté sur le tableau. . . . .	107

5.4	Energie maximale des protons en fonction de la longueur de gradient ionique initiale $l_{ss}$ . Courbe rouge : résultats expérimentaux; courbe verte : résultats PIC; courbe noire : résultats du modèle isotherme; courbe bleue : résultats du modèle adiabatique. . . . .	108
6.1	(a) : trajectoire schématique d'une oscillation d'électron dans un puit de potentiel quadratique lentement variable; lors de la décroissance temporelle du potentiel, l'électron perd de l'énergie lors de ses oscillations. (b) : trajectoires schématiques d'une demi-oscillation de deux électrons dans le potentiel linéaire auto-semblable; la trajectoire rouge indique un gain d'énergie ( $\mathcal{E} < 3k_B T_e/2$ ) alors que la trajectoire bleue montre une perte d'énergie ( $\mathcal{E} > 3k_B T_e/2$ ). Dans le cas (b), le potentiel est tracé pour les temps $\omega_{pi}t = 10$ et $\omega_{pi}t = 15$ ; ces temps ne résultent d'aucun calcul et sont choisis assez espacés pour illustrer la rotation du potentiel autour du pivot. . . . .	120
7.1	discrétisation de la fonction des vitesses au centre de la cible à l'instant initial; les lignes pointillés rouges établissent la correspondance entre les valeurs de la fonction $f_j$ et les valeurs des vitesses $v_j$ . L'écart $\Delta v_{j+1} = v_{j+1} - v_j$ est pris à titre indicatif et ne représente pas la réelle discrétisation. . . . .	125
7.2	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 0$ . . . . .	132
7.3	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 0$ ; les lignes noires représentent les isocontours. . . . .	132
7.4	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 20$ . . . . .	133
7.5	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 20$ ; les lignes noires représentent les isocontours. . . . .	133
7.6	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 50$ . . . . .	134
7.7	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 50$ ; les lignes noires représentent les isocontours. . . . .	134
7.8	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 100$ . . . . .	135
7.9	Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à $\omega_{pi}t = 100$ ; les lignes noires représentent les isocontours. . . . .	135
7.10	(a) : fonction de distribution des vitesses à $\omega_{pi}t = 30$ ; (b) : fonction de distribution des vitesses à $\omega_{pi}t = 100$ . Courbe noire : modèle cinétique, courbe rouge : code PIC, courbe bleue : modèle adiabatique; la courbe en pointillés indique la fonction de distribution initiale. Les fonctions de distributions sont normalisées à $f_e(0, 0, 0)$ . . . . .	136

---

7.11	(a) : caractéristiques en énergie cinétique des différents $v_j^2$ ; (b) : moyenne de variation d'énergie par unité de temps pour les électrons de très haute énergie (queue chaude de la fonction de distribution). Courbe noire : résultat numérique du modèle cinétique; courbe rouge : résultat analytique de l'expression (7.32). . . . .	137
7.12	(a) : profil spatial du potentiel; (b) : profil spatial du champ électrique; (c) : profil spatial de la densité ionique. Les profils sont réalisés à $\omega_{pi}t = 30$ . Courbe noire : modèle cinétique, courbe rouge : code PIC, courbe bleue : modèle adiabatique; les ronds correspondent à l'expression (7.31). . . . .	139
7.13	Evolution de l'énergie thermique moyenne en fonction du temps. Courbe continue : modèle cinétique; ronds rouges : code PIC; carrés bleus : modèle adiabatique. . . . .	141
7.14	(a) : champ électrique au front en fonction du temps; (b) : vitesse au front en fonction du temps. Courbe noire : modèle cinétique; ronds rouges : code PIC; courbe bleue : modèle adiabatique. . . . .	141



## *Table des figures*

---

# Introduction

## 1 Généralités

L'expansion d'un gaz est régie par l'inhomogénéité de sa pression avec celle du milieu extérieur. Un tel phénomène se transpose à un plasma pour lequel la pression dominante est celle des particules les plus chaudes, les électrons. Dans un plasma quasi-neutre disposant initialement d'un bord, les électrons chauds tendent à s'extirper de leur volume initial créant ainsi une séparation de charges au voisinage du bord. Le champ électrique associé à la gaine non neutre tire les ions dans la même direction que l'expansion thermique des électrons. C'est à travers ce modèle simple que s'élaborent les différentes théories d'expansion de plasma. On comprend aisément qu'au sein de la détente, l'énergie qu'acquièrent les ions pendant leur accélération provient nécessairement de l'énergie thermique des électrons. De prime abord, l'expansion sera d'autant plus rapide (ou l'accélération d'autant plus efficace) que la température initiale des électrons sera importante.

Une des sources d'énergie les plus communément utilisées pour créer des plasmas est le laser. Le développement des lasers de puissance ces vingt dernières années a permis grâce aux techniques CPA (*chirped pulse amplification*) [Maine *et al.* 1988] et [Mourou & Umstadter 1992], d'atteindre des intensités laser supérieures à  $10^{18}$  W.cm<sup>-2</sup> avec des durées d'impulsion inférieures à la picoseconde. L'irradiation d'une cible métallique ou d'un plasma sur-critique par un laser intense donne naissance à de nombreux phénomènes physiques dont l'émission d'ions très énergétiques dans l'expansion du plasma. Il convient avant tout de distinguer les ions émis en face avant de la cible irradiée de ceux émis en face arrière. Un schéma illustre les deux types d'émission sur la figure 1.

## 2 Ions émis en face avant

Les protons provenant de la face avant résultent directement de l'interaction entre le laser et la surface avant de la cible. [Sentoku *et al.* 2003] ont développé un modèle dans le but d'estimer l'énergie maximale que peuvent acquérir ces ions. Pour des intensités laser supérieures à  $10^{18}$  W.cm<sup>-2</sup>, le caractère relativiste des électrons modifie la frontière d'opacité du plasma et

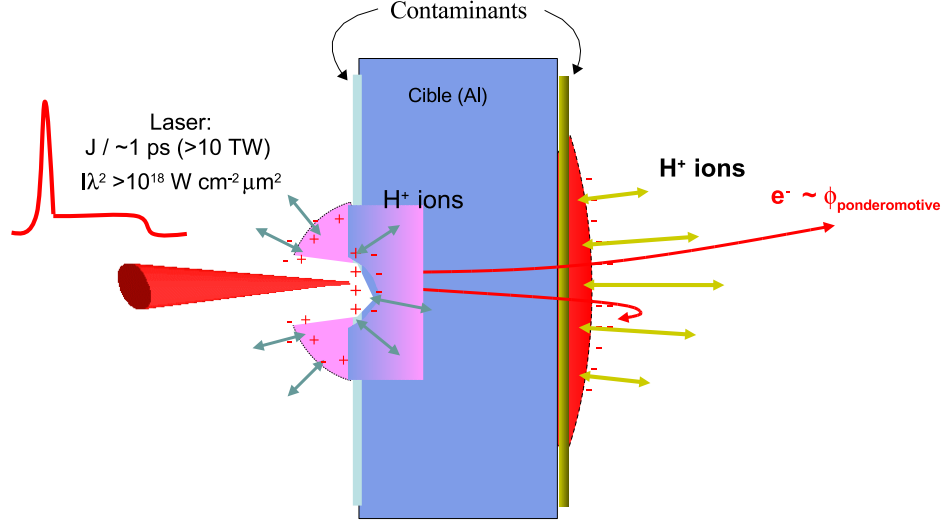


FIG. 1 – Schéma d'interaction entre le laser et la cible.

laisse le laser se propager au delà de la densité critique classique. La force pondéromotrice expulse les électrons qui se regroupent au front de l'impulsion. Le potentiel électrostatique de l'ordre du potentiel pondéromoteur, associé à cette séparation de charge, accélère les ions dans la même direction. L'énergie maximale des ions est alors de l'ordre du potentiel pondéromoteur.

Un mécanisme d'accélération du même type a également été proposé par [Denavit 1992] et [Silva *et al.* 2004] dans le cas d'un fort gradient en face avant. A partir d'analyse théoriques et de calculs numériques, les auteurs montrent que la récession de la face avant provoquée par la pression radiative du laser induit des perturbations acoustiques ioniques dans le plasma qui peuvent conduire à un choc électrostatique. Le choc est susceptible de piéger et d'accélérer les ions à haute énergie. L'énergie des ions accélérés par choc électrostatique peut se révéler supérieure au potentiel pondéromoteur dans le cas d'intensités laser ultra intenses,  $I > 10^{21} \text{ W.cm}^{-2}$  et si les cibles s'avèrent assez épaisses. Ce mécanisme d'accélération a notamment été vérifié par les simulations PIC réalisées par [D'Humières *et al.* 2005].

Les données expérimentales de [Fews *et al.* 1994] et [Fuchs *et al.* 2005], visant à étudier les caractéristiques de ces ions corroborent d'une manière générale les prédictions théoriques que nous venons d'énoncer. D'une façon générale, les ions émis en face avant ne présentent pas d'intérêts majeurs puisque les mesures montrent que les énergies maximales n'excèdent pas la dizaine de MeV et qu'ils sont émis à travers un large angle solide.

### 3 Ions émis en face arrière

Les ions émis en face arrière procèdent de la propagation des électrons chauds dans la cible. Le mécanisme d'accélération peut être décrit de la manière suivante. Lorsque le laser intense irradie la face avant de la cible, une partie de son énergie est transmise aux électrons qui se voient immédiatement portés en régime relativiste. [Amiranoff 2001] a constaté que les mécanismes d'accélération des électrons à l'intérieur de la cible sont multiples et dépendent des conditions d'interaction ainsi que des propriétés de la cible. Une fois accélérés, les électrons forment un nuage chaud en face arrière. La séparation de charge s'étend typiquement sur quelques longueurs de Debye, dont la valeur caractéristique est le micron. A cette zone non neutre est associé un champ électrostatique de l'ordre du TV/m qui ionise la cible et accélère rapidement les ions perpendiculairement à la face arrière. On observe alors une expansion du plasma avec à son front une gaine de Debye d'électrons chauds. Ces électrons transfèrent peu à peu leur énergie aux ions et la séparation de charge relative à la gaine décroît progressivement jusqu'à la fin de l'accélération (déterminée par un refroidissement significatif de la population électronique). L'accélération en face arrière a fait l'objet de nombreuses études théoriques qui s'incrivent dans la continuité des travaux classiques sur les expansions de plasmas. Les premiers travaux considéraient que l'expansion découlait d'un champ électrique ambipolaire généré par une double couche électrostatique située au bord du plasma. Notons que l'accélération d'un type d'ion sera d'autant plus efficace que son rapport charge/masse est important. De ce fait les ions atteignant les plus hautes énergies sont les protons. (Les protons sont généralement présents dans les contaminants localisés sur les surfaces de la cible [voir figure 1]).

L'attention particulière qu'ont porté nombre de physiciens aux ions émis en face arrière se conçoit par les caractéristiques étonnantes qu'ils possèdent, parmi lesquelles la largeur du spectre énergétique, la forte laminarité ainsi que la faible divergence des faisceaux mesurés.

C'est durant l'année 2000 que trois groupes de physiciens indépendants [Clark *et al.* 2000], [Maksimchuk *et al.* 2000] et [Snively *et al.* 2000] observent pour la première fois des faisceaux de protons collimatés ultra-énergétiques ( $\mathcal{E}_{ion} > 10$  MeV). Leurs données expérimentales font état de faisceaux de protons dont le spectre énergétique exponentiellement décroissant est marqué par une énergie maximale comprise entre 10 et 55 MeV. La divergence des faisceaux s'avère faible et l'angle le plus petit mesuré correspond aux protons les plus énergétiques. Suite à cette découverte, de nombreuses expériences furent entreprises afin d'approfondir les mécanismes d'accélération sous divers paramètres physiques tels que l'énergie laser mise en jeu, l'intensité ou l'épaisseur de la cible. Le tableau de la figure 2 donne une vision non exhaustive des campagnes d'expériences entre 2000 et 2004.

Les interprétations concernant la provenance du mécanisme accélérateur ont cependant fait l'objet d'une controverse au sein de la communauté. Comme

Système Laser & Auteurs	$\tau$ (ps)	$\mathcal{E}_{laser}$ (J)	$I$ (W.cm <sup>-2</sup> )	$L$ ( $\mu$ m)	$\mathcal{E}_{max}$ (MeV)
<b>LOA</b> [Fritzler <i>et al.</i> 2003]	0.04	0.8	$6 \times 10^{19}$	6	8
<b>JanUSP</b> [Mackinnon <i>et al.</i> 2002]	0.1	10	$1 \times 10^{20}$	3	24
<b>LULI 100TW</b> [Allen <i>et al.</i> 2003]	0.32	30	$6 \times 10^{19}$	20	20
<b>CUOS</b> [Maksimchuk <i>et al.</i> 2004]	0.4	5	$5 \times 10^{19}$	3	24
<b>GEKKO</b> [Krushelnick <i>et al.</i> 2000]	0.45	25	$5 \times 10^{18}$	5-25	10
<b>NOVA PW</b> [Snavely <i>et al.</i> 2000]	0.5	500	$3 \times 10^{20}$	100	58
<b>RAL PW</b> [McKenna <i>et al.</i> 2004]	0.7	400	$2 \times 10^{20}$	100	44
<b>RAL Vul.</b> [Zepf <i>et al.</i> 2001]	1	90	$1 \times 10^{20}$	10	36

FIG. 2 – Paramètres des différent systèmes laser utilisés pour la génération de faisceaux de protons ultra-énergétiques. Les symboles désignent la durée d’impulsion  $\tau$ , l’énergie laser  $\mathcal{E}_{laser}$ , l’intensité  $I$ , l’épaisseur de la cible irradiée  $L$  et l’énergie maximale des protons mesurée  $\mathcal{E}_{max}$ .

nous venons de l’énoncer, deux modèles (avant et arrière) permettaient d’expliquer l’observation de protons énergétiques. Une méthode basée sur un traitement préalable de la cible a permis de lever les doutes existant sur l’origine des protons. En « nettoyant » la cible des contaminants présents sur les

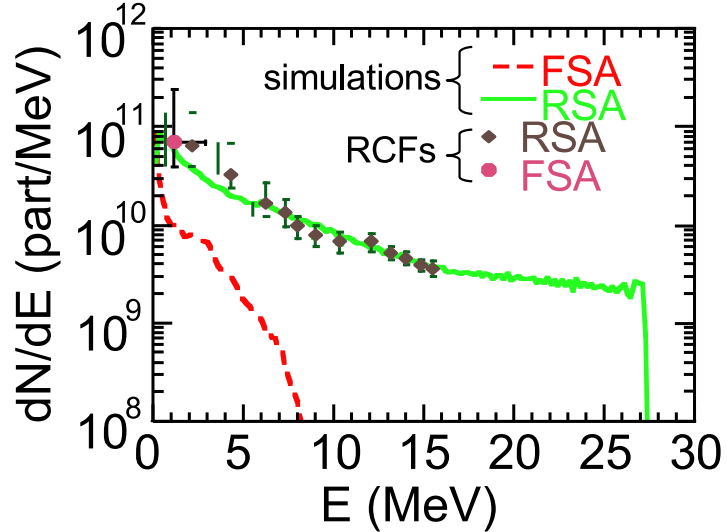


FIG. 3 – Spectres en énergie des protons émis en face avant (FSA) et en face arrière (RSA). Les courbes proviennent de simulations numériques, les points des données expérimentales.

deux surfaces, il semblait possible de déterminer la localisation du faisceau de protons. Un nettoyage de la surface avant ne rendit compte d’aucun effet particulier sur le faisceau de protons alors qu’on put difficilement observer ce dernier pour une préparation identique sur la surface arrière. Cette expérience démontrait clairement que le mécanisme dominant était celui de la face arrière. [Fuchs *et al.* 2005] ont comparés dans des conditions identiques

(sur le laser) les protons émis en face avant et en face arrière. Les spectres énergétiques sont représentés sur la figure 3. L'étude montre que sur l'énergie contenue dans la partie du spectre supérieure à 3 MeV, seulement 3% provient des ions issus de la face avant, le reste étant fourni par ceux de la face arrière.

Les faisceaux de protons émis en face arrière se distinguent également de ceux émis en face avant par leur faible divergence ainsi que leur forte laminarité. Les distributions spatiale et angulaire des ions sont déterminées par la distribution des électrons chauds dans la gaine. Des motifs réguliers introduits sur la surface arrière seront reportés en tant que modulations locales dans la gaine accélératrice. [Cowan *et al.* 2004] ont exploité ce fait pour vérifier la laminarité des faisceaux de protons. Ils ont observé que les motifs réguliers disposés sur la surface étaient reproduits sur les films RCF collectant les protons. Ces résultats sont illustrés sur la figure 4. En mesurant d'autre part les

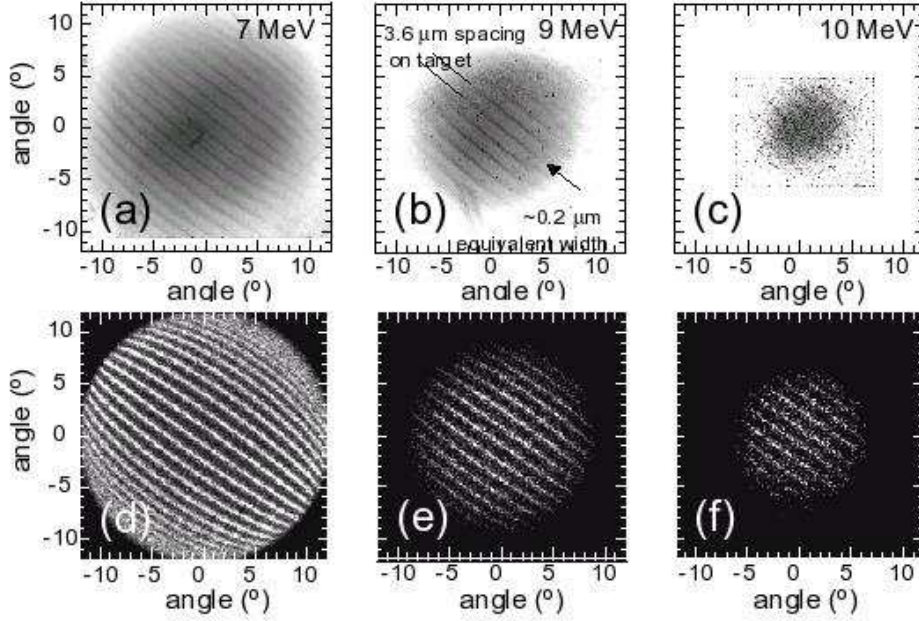


FIG. 4 – (a)-(c) : distributions angulaires sur les films RCF, de protons accélérés provenant d'une cible d'aluminium de 18 microns ; (d)-(f) : simulations des films RCF [les paramètres expérimentaux et l'énergie des protons sont identiques] par un code PIC 3D.

angles de divergence relatifs aux différentes franges en fonction du rayon des cercles (qui représentent également l'image de la position des protons sur la surface) de la figure 4, ils ont reconstruit l'espace des phases transverse du faisceau qui s'avère linéaire. Ces résultats attestent une relation linéaire entre la position radiale et le champ électrique dans la gaine.

## 4 Applications

L'ensemble des caractéristiques remarquables de ces faisceaux justifie la quantité d'études visant à approfondir théoriquement et expérimentalement les mécanismes d'accélération du modèle de face arrière pour obtenir des faisceaux dont les paramètres tels que la forme du spectre ou l'énergie maximale seraient maîtrisés. On pourra citer ici les travaux théoriques de [Brantov *et al.* 2007] portant sur la production de faisceaux ioniques quasi-mono-énergétiques. Toutefois les énergies atteintes, la luminosité élevée et la faible émittance des faisceaux d'ions permettent déjà d'envisager diverses applications comme l'injection dans les accélérateurs, la radiographie par protons de cibles de fusion thermonucléaire contrôlée, la réalisation de l'allumage rapide des cibles de fusion ou encore la protonthérapie. Les caractéristiques nécessaires à ces applications sont détaillées dans le tableau de la figure 5.

APPLICATIONS	<b>radiographie</b>	<b>chauffage isochore</b>	<b>allumage rapide</b>	<b>protonthérapie</b>
CARACTERISTIQUES	émittance faible courte durée haute énergie	émittance faible courte durée haut flux	émittance faible haut flux forte répétition	émittance faible haute énergie forte répétition

FIG. 5 – *Caractéristiques requises des faisceaux de protons dans diverses applications.*

## 5 Plan de la thèse

Cette thèse constitue un travail théorique et numérique sur les expansions de plasmas créés par laser et plus particulièrement sur l'accélération des ions à haute énergie émis en face arrière de cibles irradiées par des impulsions ultra-courtes et ultra-intenses. La thèse s'articule en trois parties complémentaires qui traitent aussi bien de la validation de modèles préexistants par comparaison expérimentale que de travaux plus fondamentaux portant sur une description fluide et cinétique du plasma. Le principal objectif de la thèse réside dans l'approfondissement du mécanisme d'accélération des ions et s'attache à donner, dans le cas de plusieurs modèles, une vision théorique de la dynamique de chaque espèce.

La première partie de la thèse comporte tout d'abord des rappels de la théorie de l'expansion d'un plasma dans le vide et la présentation des principaux outils numériques qui seront utilisés dans la suite de la thèse. Ces outils correspondent à la description d'un code hybride dans lequel les électrons sont traités comme un fluide, de température homogène dans l'espace mais éventuellement dépendante du temps, qui reste en équilibre de Boltzmann avec

le potentiel lentement variable. Les ions froids sont traités comme des particules, initialement au repos, obéissant aux équations classiques de l'hydrodynamique. La dynamique du plasma s'opère à travers un champ électrostatique auto-consistant qui résulte de la séparation de charges. Les simulations permettent de conforter sous certaines conditions les modèles élémentaires de détente libre de plasma. La fin de la première partie a pour but la validation des modèles théoriques proposés par la modélisation d'une expérience de radiographie de protons. En donnant à la description de l'expansion une dimension plus réaliste qui inclut par exemple la structure tri-dimensionnelle du champ, nous avons pu obtenir un accord remarquable entre le résultat expérimental et la prédiction numérique qui outre la validation du concept d'accélération en face arrière a permis de lever certains doutes encore présents sur l'origine des protons accélérés.

La deuxième partie porte sur l'influence d'un gradient de densité initial sur la dynamique du plasma et plus précisément sur l'efficacité de l'accélération. La présence d'un gradient initial ionique tend à abaisser l'amplitude maximale du champ électrique qui se trouve dans le cas standard (sans gradient) au front d'ions. On pressent de ce fait la dégradation de l'accélération. Le nouveau profil du champ modifie la dynamique des ions où ceux de basse densité subissent un champ moins fort que ceux de haute densité. Après déferlement du flot ionique, l'expansion converge vers un stade asymptotique semblable à celui que l'on obtient dans le cas standard. L'accélération des ions est cependant d'autant moins intense que la longueur de gradient initial est importante et s'ensuit une forte réduction de la largeur du spectre énergétique. Des expériences complémentaires ont été menées en parallèle avec le LULI, et la confrontation avec ce modèle se révèle satisfaisante.

La troisième partie, plus fondamentale, a consisté à enrichir nos précédents modèles en incluant une description cinétique de la population électronique dans le cours de l'expansion. L'hypothèse d'un équilibre de Boltzmann qui est adopté dans nombre d'études théoriques pour les électrons est ici remise en cause puisque nous avons pu montrer que la fonction de distribution des vitesses ne pouvait satisfaire une forme maxwellienne dans le potentiel auto-consistant du plasma. En se basant sur la nette séparation des échelles de temps, entre le temps de transit des électrons et le temps hydrodynamique, il est possible de définir un invariant adiabatique pour tout électron. Cet invariant permet de reconstruire la fonction de distribution électronique à tout instant en tout point du plasma. Nous avons pu par conséquent étudier quantitativement la déformation de la fonction de distribution lors du refroidissement électronique. La nouvelle version du code permet d'évaluer l'écart à la loi de Boltzmann, qui ne modifie pas de manière significative l'énergie maximale acquise par les ions. On observe cependant que la loi d'échelle, obtenue dans le cas standard, décrivant le comportement asymptotique du champ électrique est modifiée. La validité de cette approche a été confirmée par une



confrontation avec des résultats provenant de codes « particle-in-cell » pour lesquels aucune hypothèse d'invariance adiabatique n'est supposée.

## Première partie

### Expansion de plasma plane



# Chapitre 1

## Expansion d'un plasma semi-infini

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Expansion auto-semblable d'un plasma dans le vide . . . . .</b>	<b>19</b>
1.1.1	Solutions auto-semblables . . . . .	19
1.1.2	Modèle physique - description cinétique . . . .	20
1.1.3	Modèle physique - description fluide . . . . .	24
<b>1.2</b>	<b>Influence des effets de séparation de charges-aspects théoriques . . . . .</b>	<b>26</b>
1.2.1	Situation initiale . . . . .	26
1.2.2	Expansion du plasma . . . . .	28
<b>1.3</b>	<b>Influence des effets de séparation de charges-résolution numérique . . . . .</b>	<b>29</b>
1.3.1	Normalisation . . . . .	29
1.3.2	description du maillage . . . . .	29
1.3.3	Dynamique des ions . . . . .	30
1.3.4	Résolution de l'équation de Poisson . . . . .	31
<b>1.4</b>	<b>Discussion . . . . .</b>	<b>33</b>

---

### 1.1 Expansion auto-semblable d'un plasma dans le vide

#### 1.1.1 Solutions auto-semblables

ON nomme auto-semblable une fonction qui est invariante par un changement d'échelle. Les solutions dites auto-semblables interviennent principalement dans la résolution de problèmes d'hydrodynamique de gaz compressibles qui ne contiennent pas de dimensions caractéristiques dans les conditions initiales. Les variables d'espace et de temps ne peuvent apparaître dans

la solution d'un tel problème que sous une forme combinée. La méthode de recherche des solutions consiste alors à introduire une nouvelle variable  $\zeta$  vérifiant

$$\begin{aligned} f(x, t) &= f(\zeta(x, t)) \\ \zeta(x, t) &= Cx^\alpha t^\beta, \end{aligned}$$

où  $f$  est une fonction solution des équations réduites,  $\alpha$  et  $\beta$  des paramètres réels à choisir afin que la solution existe. La constante  $C$  ne demeure pas obligatoire et sert en général à rendre la variable  $\zeta$  adimensionnée. Ce changement de variable permet de transformer l'équation aux dérivées partielles en une équation différentielle ordinaire et d'obtenir ainsi des solutions analytiques. Ces solutions permettent de décrire une large classe de problèmes d'hydrodynamique tels que les explosions sphériques ou les expansions de gaz classiques. Il semble alors intéressant de généraliser ces méthodes à l'étude d'expansion de plasmas dans le vide. La dynamique du plasma, dans le cas le plus général, est décrite par les équations cinétiques non collisionnelles pour chaque population ainsi qu'un champ auto-consistant. Ce système d'équations est complexe et il est d'ordinaire impossible de trouver une solution non stationnaire valable à tout instant. L'étude d'une solution auto-semblable s'avère alors utile dans la compréhension d'un tel problème et fournit également son comportement asymptotique.

### 1.1.2 Modèle physique - description cinétique

Nous présenterons en premier lieu les modèles antérieurs décrivant l'expansion de plasmas semi-infinis. Les premiers modèles théoriques ont été développés bien avant l'arrivée des lasers de puissance et s'incrivent alors dans un cadre plus général de la physique des plasmas. Nous supposons que le plasma occupe le demi espace  $x < 0$  à l'instant initial et débute son expansion dans le vide à  $t = 0$ . Le plasma est décrit par les équations cinétiques de Vlasov pour les deux populations chargées :

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + v \frac{\partial f_i}{\partial x} - \frac{Ze}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial f_i}{\partial v} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v \frac{\partial f_e}{\partial x} + \frac{e}{m_e} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial f_e}{\partial v} = 0 \quad (1.2)$$

où  $f_i$  et  $f_e$  désignent respectivement les fonctions de distribution ionique et électronique. Les quantités  $Ze$  et  $m_i$  représentent la charge des ions et leur masse,  $-e$  et  $m_e$  la charge des électrons ainsi que leur masse ;  $\Phi$  est le potentiel électrostatique auto-consistant régi par l'équation de Poisson,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - Zn_i) \quad (1.3)$$

$$n_{e,i}(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{e,i}(x, v, t) dv$$

où  $n_i$  et  $n_e$  sont les densités fluides des populations ionique et électronique et  $Z$  le nombre de charges par ion. Dans l'hydrodynamique d'un fluide idéal, ce problème est rigoureusement auto-semblable [Landau & Lifshitz 1954]. Il ne l'est pas exactement dans notre cas puisqu'il est possible d'introduire comme paramètre caractéristique spatial la longueur de Debye,  $\lambda_D = (\epsilon_0 k_B T / n e^2)^{1/2}$ , où  $k_B$  désigne la constante de Boltzmann et  $T$  la température du plasma. Nous supposons dans un premier lieu que les températures ioniques et électroniques sont identiques à l'instant initial. Les études courantes des expansions de plasma supposent une température initiale froide pour les ions ou très inférieure à celles des électrons. Cependant les travaux de [Gurevich *et al.* 1965] montre que la population ionique se refroidit assez rapidement dans l'expansion du plasma. La fonction de distribution ionique peut être ainsi assimilée à une distribution de Dirac pour des valeurs suffisamment grandes de la variable auto-semblable. A l'instant initial et durant un temps de l'ordre de  $\tau_1 = \lambda_D / v_{the}$  ( $v_{the}$  désignant la vitesse thermique des électrons), une partie des électrons chauds s'éloignent des ions et forment alors une double couche électrostatique de largeur  $\lambda_D$ . La figure 1.1 illustre cette situation. Le champ

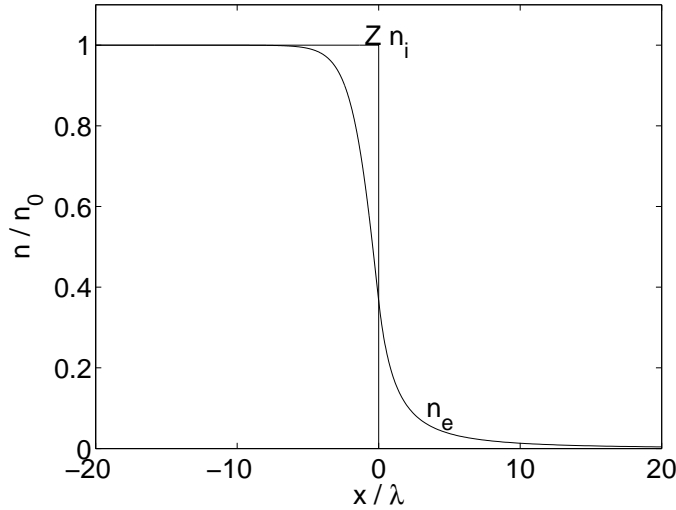


FIG. 1.1 – densité ionique et électronique

électrostatique associé à la double couche accélère les ions et commence alors une détente du plasma. La partie gauche du plasma située loin de la double couche électrostatique peut être considérée comme quasi-neutre et l'équation (1.3) se réduit à :  $Z n_i = n_e$ . Sachant que le plasma se détend avec la vitesse des ions, donc relativement lentement, il est justifié de faire l'hypothèse que les électrons restent en équilibre dans le potentiel lentement variable. Ceci revient à négliger le terme  $\partial f_e / \partial t$  dans l'équation (1.2). La densité ionique suit

alors une distribution de Boltzmann :  $n_e = n_0 \exp(e\Phi/k_B T)$ ,  $n_0$  désignant la densité électronique dans le plasma non perturbé. Dans la partie quasi-neutre du plasma, le potentiel s'écrit de la manière suivante :

$$e\Phi = k_B T \ln \left( \frac{Zn_i}{n_0} \right) \quad (1.4)$$

En reportant cette expression dans l'équation (1.1), nous obtenons

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + v \frac{\partial f_i}{\partial x} - \frac{Zk_B T}{m_i} \frac{\partial f_i}{\partial v} \frac{\partial}{\partial x} \left( \ln \int_{-\infty}^{\infty} f_i dv \right) = 0. \quad (1.5)$$

L'équation (1.5) ne contient désormais plus aucun paramètre de dimension spatiale. A partir d'un temps  $\tau_2 \gg \tau_1$ , il est raisonnable de considérer l'expansion du plasma comme auto-semblable. Nous introduisons la variable auto-semblable adimensionnée

$$\zeta = \frac{x}{tv_{thi}}$$

ainsi que les quantités adimensionnées  $g$  et  $u$  :

$$\begin{aligned} g &= \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m_i}} \frac{f_i}{n_0} \\ u &= \frac{v}{v_{thi}} \end{aligned}$$

où  $v_{thi} = (k_B T/m_i)^{1/2}$  représente la vitesse thermique ionique relative à la température initiale  $T$ . Les dérivées partielles spatiales et temporelles s'expriment en fonction en fonction du paramètre  $\zeta$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} &= \frac{1}{tv_{thi}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial}{\partial t} &= -\frac{\zeta}{t} \frac{\partial}{\partial \zeta}. \end{aligned}$$

L'équation (1.5) prend alors la forme suivante :

$$(u - \zeta) \frac{\partial g}{\partial \zeta} - Z \frac{\partial g}{\partial u} \frac{d}{d\zeta} \left( \ln \int_{-\infty}^{\infty} g du \right) = 0 \quad (1.6)$$

Si on considère que le plasma est non perturbé lorsque  $\zeta \rightarrow -\infty$  et que la région correspondant à  $\zeta \rightarrow \infty$  reste vide, les conditions limites de la fonction  $g$ , pour une distribution maxwellienne dans la région non perturbée, s'écrivent :

$$\begin{aligned} g(\zeta \rightarrow -\infty) &\rightarrow \exp \left( -\frac{u^2}{2} \right) \\ g(\zeta \rightarrow \infty) &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

Le comportement de la fonction  $g$  est donné par l'étude des caractéristiques de l'équation (1.6), i.e, des courbes le long desquelles  $g$  a une valeur constante dans le plan  $(\zeta, u)$ . Il s'agit de résoudre l'équation

$$\frac{du}{d\zeta} = \frac{F(\zeta)}{u - \zeta}, \quad (1.7)$$

où  $F$  est la force adimensionnée

$$F(\zeta) = -Z \frac{d}{d\zeta} \ln \left( \int_{-\infty}^{\infty} g du \right). \quad (1.8)$$

Une étude approfondie de la fonction  $F$  montre que celle-ci demeure toujours positive dans le plan  $(\zeta, u)$  et tend vers une valeur constante lorsque  $\zeta \rightarrow \infty$ . La valeur de  $du/d\zeta$  reste ainsi positive le long de toutes les courbes caractéristiques, i.e, la vitesse  $u$  croît de façon monotone. Remarquons en outre qu'aucune courbe caractéristique ne peut intersecter la droite  $u = \zeta$ . En effet, au voisinage du point  $\zeta = \zeta_0$  où  $u = \zeta$ , l'intégration de l'équation (1.6) conduit à la relation

$$\frac{1}{2}(u - \zeta)^2 = F(\zeta_0)(\zeta - \zeta_0). \quad (1.9)$$

Les courbes caractéristiques de la relation (1.9) croissent toutes lorsque  $\zeta$  augmente. Sachant que  $u$  est monotone le long des caractéristiques, les courbes croisant la droite  $u = \zeta$  ne peuvent appartenir à la famille des caractéristiques provenant de la région  $\zeta \rightarrow -\infty$ .

Le comportement asymptotique des courbes caractéristiques est déterminé par celui de la force  $F$ . On obtient ainsi pour  $\zeta \rightarrow \infty$ ,

$$u - \zeta - 1 \approx K \exp(-\zeta) \quad (1.10)$$

L'équation (1.10) traduit une convergence exponentielle des courbes caractéristiques vers la droite  $u = \zeta + 1$ . Ce regroupement des caractéristiques provoque une dégénérescence rapide de la fonction de distribution ionique en une distribution de Dirac. La figure 1.2 illustre, par une résolution numérique des équations (1.7)-(1.8) l'évolution de la fonction de distribution pour différentes valeurs de  $\zeta$ <sup>1</sup>. On observe clairement la conversion rapide de la distribution maxwellienne vers une distribution de Dirac, confirmant ainsi le comportement asymptotique donné par l'équation (1.10). Les grandes valeurs du paramètre  $\zeta$  correspondent à de grandes distances  $x$ . Les ions traversant ces régions ont été fortement accélérés par le champ électrique et leur propre mouvement thermique paraît désormais négligeable. La fonction de distribution ionique peut alors se mettre sous la forme

$$f_i(\zeta \gg 1, v) \rightarrow n_i(x, t) \delta(v - \langle v \rangle), \quad (1.11)$$

où  $\delta$  désigne la distribution de Dirac et  $\langle v \rangle$  la vitesse moyenne fluide des ions. La description cinétique des ions ne semble donc pas nécessaire dans la résolution d'un tel problème et cela nous amène naturellement à considérer la population ionique comme froide.

---

<sup>1</sup>sur la figure 1.2, le paramètre  $\zeta$  est remplacé par  $\tau = \zeta/\sqrt{2}$



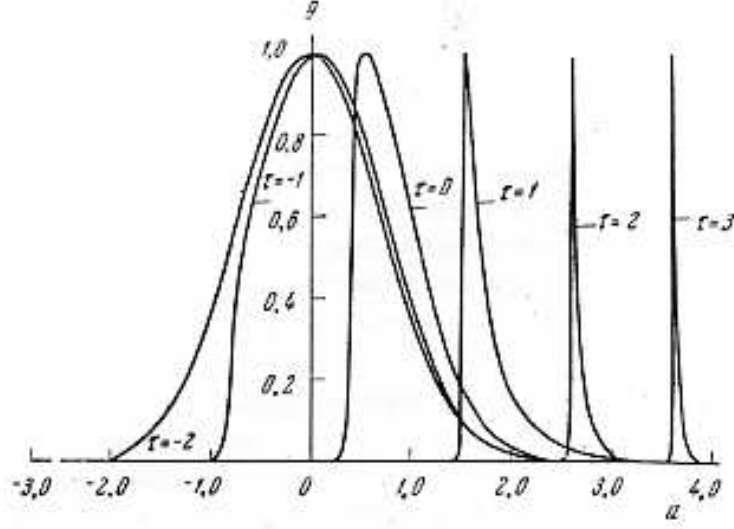


FIG. 1.2 – évolution de la fonction de distribution ionique à différents  $\zeta$  ( $\tau = \zeta/\sqrt{2}$  sur la figure); cette figure est tirée de l'article [Gurevich et al. 1965]

### 1.1.3 Modèle physique - description fluide

Nous avons vu qu'une description fluide de la population ionique était suffisante dans la recherche d'une solution auto-semblable d'une détente de plasma. Dans ce modèle nous garderons l'hypothèse d'une population électronique en équilibre avec le potentiel électrostatique :

$$n_e = n_{e0} \exp(e\Phi/k_B T_e) \quad (1.12)$$

où  $n_{e0}$  est la densité électronique dans le plasma non perturbé (i.e., pour  $x \rightarrow \infty$ , où on suppose que potentiel s'annule) et  $T_e$  la température électronique. La géométrie semi-infinie choisie garantit un réservoir d'électrons chauds infini et permet ainsi de considérer une température électronique constante lors de l'expansion. Ce type d'expansion est d'ailleurs qualifiée d'isotherme. Nous supposons que la température ionique initiale est très faible devant la température électronique et les ions se refroidissent assez vite dans l'expansion pour que leur mouvement thermique soit négligeable. L'expansion des ions est décrite par les équations de continuité et de mouvement

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) n_i = -n_i \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.13)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) v = -\frac{Ze}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (1.14)$$

où la grandeur  $v$  représente la vitesse fluide définie par

$$v(x, t) = \langle v \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v f_i(x, v, t) dv}{\int_{-\infty}^{\infty} f_i(x, v, t) dv}.$$

Le système d'équations (1.3)-(1.12)-(1.13)-(1.14) fait apparaître une vitesse caractéristique, la vitesse acoustique ionique  $c_{s0}$ , une longueur caractéristique, la longueur de Debye  $\lambda_{D0}$  et une fréquence caractéristique, la fréquence plasma ionique  $\omega_{pi0}$  :

$$c_{s0} = \sqrt{\frac{Zk_B T_e}{m_i}}, \quad \lambda_{D0} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_{e0}}}, \quad \omega_{pi0} = \sqrt{\frac{Z e^2 n_{e0}}{\epsilon_0 m_i}}.$$

Dans la limite quasi-neutre,  $n_e \approx Z n_i$ , l'équation du mouvement devient

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) v = -\frac{c_{s0}^2}{n_i} \frac{\partial n_i}{\partial x}, \quad (1.15)$$

Dans cette limite, il ne figure plus dans la condition initiale d'échelle caractéristique. Nous pouvons alors chercher une solution auto-semblable en introduisant la nouvelle variable auto-semblable adimensionnée  $\xi = x/c_{s0}t$ . La justification de la forme de la variable adimensionnée se trouve dans l'annexe A. Les équations de continuité (1.13) et de mouvement (1.14) deviennent

$$(v - c_{s0}\xi) \frac{dn_i}{d\xi} = -n_i \frac{dv}{d\xi} \quad (1.16)$$

$$(v - c_{s0}\xi) \frac{dv}{d\xi} = -\frac{c_{s0}^2}{n_i} \frac{dn_i}{d\xi} \quad (1.17)$$

dont la solution vérifie  $(v - c_{s0}\xi)^2 = c_{s0}^2$ . Nous gardons la solution correspondant à notre condition initiale (un plasma occupant le demi-espace  $x < 0$ ) et on obtient pour  $x > -c_{s0}t$

$$v = c_{s0}(\xi + 1) \quad (1.18)$$

$$n_i = n_{i0} \exp -(\xi + 1) \quad (1.19)$$

$$e\Phi = -k_B T_e (\xi + 1). \quad (1.20)$$

Ces solutions furent établies à l'origine par [Allen & Andrews 1970] dans le cadre d'une étude théorique sur les ondes ioniques de raréfaction dans des plasmas de décharge. On remarquera que l'équation des courbes caractéristiques asymptotiques (1.10) provenant de la description cinétique converge bien vers la solution auto-semblable fluide. Le champ électrostatique,  $E = -\partial\Phi/\partial x$ , vaut

$$E_{ss} = \frac{k_B T_e}{e c_{s0} t} = \frac{E_0}{\omega_{pi0} t} \quad (1.21)$$

où  $E_0 = (n_{e0} k_B T_e / \epsilon_0)^{1/2}$ . Le champ auto-semblable  $E_{ss}$  correspond à une charge surfacique positive  $\sigma = \epsilon_0 E_{ss}$  à la position où l'onde de raréfaction se développe ( $x = -c_{s0}t$ ) et à une charge surfacique négative  $-\sigma$  située au bord du plasma. La solution auto-semblable perd sa validité lorsque la quasi-neutralité est brisée. Cette brisure intervient lorsque la longueur de Debye

initiale  $\lambda_{D0}$  se trouve supérieure à la longueur de gradient de densité auto-semblable,  $c_{s0}t$ , i.e., pour  $\omega_{pi0}t < 1$ . Cela montre que les effets de séparation de charges demeurent dominants pendant la phase initiale de la détente du plasma. Pour des temps  $\omega_{pi0}t \gg 1$ , la solution auto-semblable prévoit un profil de vitesse qui croît linéairement jusqu'à l'infini. Or physiquement le profil de vitesse des ions doit être limité à une valeur finie et les ions présents en  $x = 0$  à  $t = 0$  forment un front distinct. Une estimation de la position du front d'ions peut être déterminée en appliquant la condition de brisure de quasi-neutralité, i.e., lorsque la longueur de Debye locale  $\lambda_D$  devient de l'ordre de la longueur de gradient de densité  $c_{s0}t$ ,

$$\lambda_D = \lambda_{D0} \sqrt{\frac{n_{e0}}{n_e}} = \lambda_{D0} \exp \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x}{c_{s0}t} \right) \right]. \quad (1.22)$$

Cette position est donnée par le relation :  $1 + x/c_{s0}t = 2 \ln(\omega_{pi0}t)$ . La solution auto-semblable prédit en ce point une vitesse au front  $v_{front} = 2c_{s0} \ln(\omega_{pi0}t)$ , correspondant à un champ deux fois supérieur au champ auto-semblable,

$$E_{front} \simeq 2E_{ss} = \frac{2E_0}{\omega_{pi0}t}. \quad (1.23)$$

## 1.2 Influence des effets de séparation de charges-aspects théoriques

Nous avons vu que la résolution auto-semblable d'une détente de plasma permet d'obtenir des solutions approchées du problème dans le cas d'un plasma quasi-neutre. La structure d'un front d'ions est également déduit par de simples considérations physiques. Cependant les effets de séparation de charges situés au front d'ions ne sont pas pris en compte et la physique régissant l'évolution de la double couche électrostatique reste inconnue. Il semble alors nécessaire de livrer une étude plus approfondie de l'expansion d'un plasma en tenant compte de la séparation de charges entre les deux populations chargées. Nous présentons brièvement quelques résultats théoriques notables de l'article de [Crow *et al.* 1975].

### 1.2.1 Situation initiale

Nous rappelons que les ions, supposés froids et fluides, occupent initialement le demi-espace  $x < 0$  avec une densité  $n_i = n_{i0}$  et  $n_i = 0$  pour  $x > 0$ . Les électrons, de température  $T_e$ , sont en équilibre de Boltzmann (1.12) avec le potentiel électrostatique, et  $Zn_{i0} = n_{e0}$ . A  $t = 0$ , le potentiel électrostatique satisfait pour  $x < 0$

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = n_{e0} e \left[ \exp \left( \frac{e\Phi}{k_b T_e} \right) - 1 \right], \quad (1.24)$$

et pour  $x > 0$

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = n_{e0} e \exp \left( \frac{e\Phi}{k_B T_e} \right). \quad (1.25)$$

L'intégration des deux équations donne, pour  $x < 0$

$$\frac{\epsilon_0 E^2}{2} = n_{e0} k_B T_e \left[ \exp \left( \frac{e\Phi}{k_B T_e} \right) - 1 - \frac{e\Phi}{k_B T_e} \right] \quad (1.26)$$

et pour  $x \geq 0$

$$\frac{\epsilon_0 E^2}{2} = n_{e0} k_B T_e \exp \left( \frac{e\Phi}{k_B T_e} \right), \quad (1.27)$$

où  $E = -\partial\Phi/\partial x$ . Nous posons comme conditions limites dans la partie non perturbée du plasma

$$E(x \rightarrow -\infty) = 0 \quad (1.28)$$

$$\Phi(x \rightarrow -\infty) = 0, \quad (1.29)$$

et dans le vide, sachant qu'il n'existe pas de charges à l'infini,

$$E(x \rightarrow \infty) = 0 \quad (1.30)$$

$$\Phi(x \rightarrow \infty) = -\infty. \quad (1.31)$$

Le champ électrique et le potentiel associé sont des fonctions continues de l'espace, on en déduit grâce aux équations (1.26)-(1.27) la valeur du potentiel à la frontière plasma-vide,  $\Phi_{front} = -k_B T_e / e$ . L'équation (1.26) ne possède pas de solution analytique, mais il est néanmoins possible d'écrire le potentiel pour  $x < 0$  sous forme implicite

$$\frac{x}{\lambda_{D0}} = -\frac{e}{\sqrt{2} k_B T_e} \int_{\Phi_{front}}^{\Phi} \frac{d\phi}{\left( \exp \left( \frac{e\phi}{k_B T_e} \right) - 1 - \frac{e\phi}{k_B T_e} \right)^{1/2}}. \quad (1.32)$$

En revanche le potentiel dans le vide est calculé exactement avec l'équation (1.27)

$$e\Phi = -k_B T_e \left[ 2 \ln \left( 1 + \frac{x}{\sqrt{2} e_N \lambda_{D0}} \right) + 1 \right], \quad (1.33)$$

où  $e_N$  dénote ici le nombre Neper,  $e_N \simeq 2.71828$ . En reportant cette expression dans l'équation (1.12), on trouve alors le comportement de la densité électronique dans le vide, i.e., pour  $x > 0$

$$n_e = n_{e0} \exp(-1) \left( 1 + \frac{x}{\sqrt{2} e_N \lambda_{D0}} \right)^{-2} \quad (1.34)$$

Notons que l'allure du champ électrique dans la partie plasma peut être connue en développant à l'ordre deux le terme exponentiel du dénominateur

de l'équation (1.32). On obtient alors comme approximation du potentiel pour  $x < 0$

$$e\Phi \sim -k_B T_e \exp\left(\frac{x}{\lambda_{D0}}\right). \quad (1.35)$$

Le champ électrique  $E = -\partial\Phi/\partial x$  est donc exponentiellement croissant de  $x = -\infty$  jusqu'à  $x = 0$  où

$$E_{front} = \sqrt{\frac{2}{e_N}} E_0, \quad (1.36)$$

et décroît subitement en  $1/x$  jusqu'à l'infini.

### 1.2.2 Expansion du plasma

Les ions sont accélérés vers les  $x$  positifs par le champ électrique et ceux présents initialement en  $x = 0$  forment un front distinct coïncidant avec le pic du champ  $E_{front}$ . Au delà du front ionique, se trouve un nuage d'électrons chauds oscillant dans le potentiel auto-consistant. La valeur du potentiel dans le nuage d'électrons chauds vérifie toujours l'équation (1.25) dont la solution est pour  $x > x_f$

$$\Phi = \Phi_f - \frac{2k_B T_e}{e} \ln\left(1 + \frac{x - x_f}{\sqrt{2}\lambda_f}\right), \quad (1.37)$$

où  $\lambda_f = (\epsilon_0 k_B T / n_{ef} e^2)^{1/2}$  désigne la longueur de Debye locale relative à la densité du front ionique  $n_{ef}$ . La notation comportant l'indice  $f$  sur une variable désignera dorénavant les quantités physiques situées au front. Cette formule (1.37) correspond à une généralisation de la formule (1.33) pour un potentiel au front *a priori* inconnu. Nous pouvons une nouvelle fois en déduire, grâce à la relation de Boltzmann, la densité électronique dans la partie vide d'ions

$$n_e = n_{ef} \left(1 + \frac{x - x_f}{\sqrt{2}\lambda_f}\right)^{-2}. \quad (1.38)$$

Dans la partie plasma, l'intégration de l'équation de Poisson donne pour  $x \leq x_f$

$$\frac{\epsilon_0 E^2}{2} = k_B T_e (n_e - n_{e0}) + \int_{-\infty}^x n_i e E dx. \quad (1.39)$$

Or d'après l'équation (1.27) nous avons au front d'ions  $\epsilon_0 E^2/2 = n_e k_B T_e$ , qui implique

$$\int_{-\infty}^{x_f} n_i e E dx = n_{e0} k_B T_e. \quad (1.40)$$

## 1.3 Influence des effets de séparation de charges-résolution numérique

### 1.3.1 Normalisation

Les variables du système d'équations gouvernant l'expansion du plasma (1.3)-(1.12)-(1.13)-(1.14) sont normalisées aux quantités caractéristiques du problème qui sont exposées dans le tableau ci-dessous.

variables		quantités caractéristiques	
longueur	$x$	longueur de Debye	$\lambda_{D0} = (\epsilon_0 k_b T / n_{e0} e^2)^{1/2}$
temps	$t$	période plasma ionique	$\omega_{pi0}^{-1} = (\epsilon_0 m_i / n_{e0} e^2)^{1/2}$
vitesse	$v$	vitesse acoustique ionique	$c_{s0} = (Z k_B T_e / m_i)^{1/2}$
densité	$n$	densité initiale non perturbée	$n_{e0}$
potentiel	$\Phi$	énergie thermique électronique	$k_B T_e$
champ	$E$	champ caractéristique	$E_0 = (n_{e0} k_B T_e / \epsilon_0)^{1/2}$

### 1.3.2 description du maillage

La physique de la gaine non neutre située à l'interface plasma-vide nécessite une description numérique fine de cette région. Une résolution du système d'équations sur un maillage eulérien comme celle de [Widner *et al.* 1971] a conduit à des résultats inexacts. En effet, le maillage fixe eulérien ne permet pas une détermination rigoureuse de la position du front d'ions. Les diagnostics des quantités physiques du plasma au front sont alors incorrects, en particulier ceux du champ électrique dont le pic n'est pas marqué. Afin d'obtenir une localisation du front avec une plus grande précision, le code numérique [Mora 2003] se base sur une description lagrangienne du problème où le maillage se confond avec la position des ions. Ce type de maillage se prête d'ailleurs mieux à la résolution d'un problème d'expansion puisqu'il n'est pas nécessaire de définir préalablement la taille du système. Le maillage spatial utilisé ne présente pas une forme régulière (le pas restant constant) mais une forme variable. Sa construction repose sur le fait que la charge électrique de chaque cellule soit en progression géométrique.

La charge adimensionnée d'une cellule centrée au point  $x_i$  vaut

$$q(i) = n_i(i) \frac{\Delta x_0(i+1) + \Delta x_0(i)}{2} \quad (1.41)$$

où  $n_i(i)$  représente la densité ionique au point  $x_i$  et  $\Delta x_0(i)$  le pas d'espace à  $t = 0$  défini comme  $\Delta x_0(i) = x_0(i) - x_0(i-1)$ . Une progression géométrique

des charges revient à la condition :  $q(i) = pq(i-1)$ , avec  $|p| \leq 1$  la raison de la suite. En injectant cette relation dans (1.41), on obtient la suite reliant les pas d'espace  $\Delta x_0(i)$

$$\Delta x_0(i) = p \frac{n_i(i-2)}{n_i(i-1)} \left( \Delta x_0(i-1) + \Delta x_0(i-2) \right) - \Delta x_0(i-1). \quad (1.42)$$

Ce type de maillage nécessite deux conditions d'initialisation sur les deux premiers pas  $\Delta x_0(1)$  et  $\Delta x_0(2)$ . L'évolution des pas d'espace n'est pas trivial mais on observe que ceux-ci suivent une progression géométrique simple lorsque la densité est constante :  $\Delta x_0(i) = p^{i-1} \Delta x_0(1)$ . Les mailles de la densité ionique initiale rétrécissent ainsi jusqu'au front. Cette discrétisation s'avère avantageuse puisqu'en raison de la forme initiale du champ électrique [voir équation (1.35)], il est aisé de prévoir que les mailles qui subiront une forte dilatation sont celles proches du front. La discrétisation dote la description lagrangienne de la gaine non-neutre d'une forte précision.

### 1.3.3 Dynamique des ions

Le choix d'un maillage lagrangien impose naturellement que l'équation du mouvement (1.14) soit remplacée par les équations lagrangiennes qui revêtent une forme commode lorsqu'elles sont adimensionnées

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (1.43)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}. \quad (1.44)$$

La position initiale d'un ion est dénotée par la coordonnée lagrangienne  $x_0$ . Les variables du mouvement sont des fonctions du temps  $t$  et de  $x_0$ .

$$\begin{cases} x = x(x_0, t) \\ v = v(x_0, t) \end{cases}$$

La position du front d'ions est simplement la valeur de la variable  $x_f = x(0, t)$ , i.e, la position de la cellule à l'interface plasma-vide à tout temps. La discrétisation des équations du mouvement se fait suivant un schéma saute-mouton (leap-frog) dont la méthode est illustrée sur la figure 1.4 . L'équation de continuité se réduit à

$$n_{i0} dx_0 = n_i(x, t) dx, \quad (1.45)$$

traduisant le fait que chaque maille conserve la même quantité de matière au cours de l'expansion.

Le pas de temps  $\Delta t$  qui intervient dans la discrétisation des équations de mouvement des ions (1.43) et (1.44) représente une fraction de l'inverse de

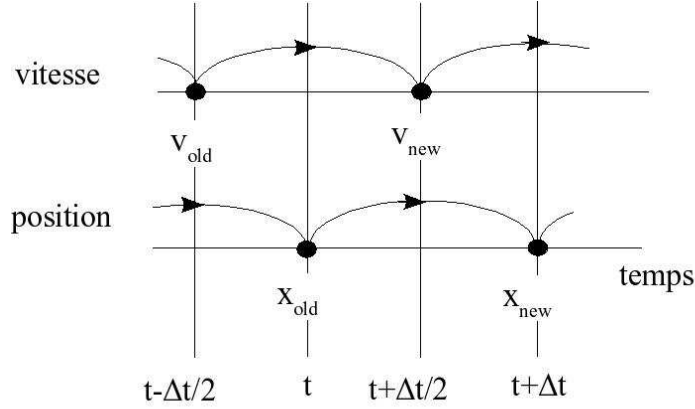


FIG. 1.3 – schéma saute-mouton

la pulsation plasma ionique. Dans l'ensemble de la thèse, les simulations sont effectuées pour  $\Delta t = (0.1 - 0.2)\omega_{pi0}^{-1}$ . Le code hybride dispose ainsi d'une discrétisation temporelle qui correspond à l'échelle de temps hydrodynamique du plasma alors que les codes PIC explicites, du fait de la description du mouvement des électrons, se doivent de procéder à une discrétisation temporelle relative à la pulsation plasma électronique. Une des caractéristiques avantageuses de ce code réside donc dans la rapidité de son exécution.

### 1.3.4 Résolution de l'équation de Poisson

Le potentiel électrostatique est déterminé par l'équation de Poisson qui s'écrit de manière adimensionnée

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \exp(\Phi) - n_i. \quad (1.46)$$

Nous avons préalablement vu que cette équation ne possédait pas de solution analytique dans la partie plasma ( $n_i \neq 0$ ). L'équation doit être résolue numériquement avec soin sachant que les erreurs dans la détermination du potentiel seraient cumulées dans la dynamique des ions et de même dans le maillage. La condition limite (1.31) n'est pas commode dans la résolution numérique d'un système de taille fini, on opte donc pour la condition limite du champ au front d'ions donnée par l'intégration de l'équation de Poisson entre  $x = x_f$  et  $x = \infty$ ,

$$E_f(t) = \sqrt{2}E_0 \exp\left(\frac{e\Phi_f}{k_B T_e}\right) = \sqrt{2}\frac{k_B T_e}{e\lambda_{Df}}. \quad (1.47)$$

Cette formule coïncide avec (1.36) à l'instant initial. L'autre condition limite (1.28) est utilisée en choisissant une taille de boîte de simulation  $L$  respectant la condition  $L - c_{s0}t \gg \lambda_{D0}$ . Cette condition implique que l'onde de raréfaction remontant le gradient de densité ne peut atteindre le bord de la boîte de



simulation. L'équation (1.47) est valide à tout temps mais la valeur du potentiel à ce point,  $\Phi_f$ , reste *a priori* inconnu. On résout l'équation (1.46) de façon itérative en linéarisant le potentiel autour d'une valeur  $\Phi_a$  correspondant à la valeur du potentiel au pas de temps précédent,

$$\Phi = \Phi_a + \delta\Phi \quad (1.48)$$

avec  $\delta\Phi \ll 1$ . L'équation (1.46) devient

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \exp(\Phi_a) \right) \Phi \simeq \exp(\Phi_a)(1 - \Phi_a) - n_i. \quad (1.49)$$

La discrétisation de cette équation en respectant un centrage autour du point  $x_i$  donne

$$\begin{aligned} \frac{2}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left[ \frac{\Phi_{i+1}\Delta x_i - \Phi_i(\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) + \Phi_{i-1}\Delta x_{i+1}}{\Delta x_i\Delta x_{i+1}} \right] \\ - \exp(\Phi_{ai})\Phi_i = \exp(\Phi_{ai})(1 - \Phi_{ai}) - n_{ii}, \end{aligned} \quad (1.50)$$

où  $\Delta x_i$  dénote un pas d'espace entre les points  $x_i$  et  $x_{i-1}$ . Ce système linéaire se met préféablement sous forme matricielle

$$\mathcal{M}\mathcal{X} = \mathcal{S} \quad (1.51)$$

avec  $\mathcal{M}$  matrice tridiagonale

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ & & \ddots & & & & \\ 0 & \cdots & a_j & b_j & c_j & \cdots & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

où les coefficients de la matrice valent pour  $i \in [1; N - 1]$

$$\begin{cases} a_i = \frac{2}{\Delta x_i(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \\ b_i = -\frac{2}{\Delta x_i\Delta x_{i+1}} - \exp(\Phi_{ai}) \\ c_i = \frac{2}{\Delta x_{i+1}(\Delta x_i + \Delta x_{i+1})}. \end{cases}$$

Les coefficients correspondant aux premières et dernières lignes de la matrice sont déduits des conditions limites

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 = -\frac{2}{\Delta x_1^2} - \exp(\Phi_{a0}) \\ c_0 = \frac{2}{\Delta x_1^2} \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} a_N = \frac{2}{\Delta x_N^2} \\ b_N = -\frac{2}{\Delta x_N^2} - \exp(\Phi_{aN}) - \frac{\sqrt{2 \exp(\Phi_{aN})}}{\Delta x_N} \end{array} \right.$$

On définit les vecteurs  $\mathcal{X}$  et  $\mathcal{S}$  par

$$\mathcal{X} = \begin{pmatrix} \Phi_0 \\ \vdots \\ \Phi_i \\ \vdots \\ \Phi_N \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathcal{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ \vdots \\ S_i \\ \vdots \\ S_N \end{pmatrix}$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} S_0 = \exp(\Phi_{a0})(1 - \Phi_{a0}) - n_{i0} \\ S_i = \exp(\Phi_{ai})(1 - \Phi_{ai}) - n_{ii} \\ S_N = \exp(\Phi_{aN})(1 - \Phi_{aN}) + \frac{2\sqrt{2 \exp(\Phi_{aN})}}{\Delta x_N} \left(1 - \frac{\Phi_{aN}}{2}\right) - n_{iN}. \end{array} \right.$$

Le vecteur  $\mathcal{X}$  représentant les valeurs du potentiel discrétisé est déterminé par l'inversion de la matrice  $\mathcal{M}$ . L'ancienne valeur du potentiel  $\Phi_a$  se trouve corrigé par la résolution du laplacien et ce processus est réitéré jusqu'à ce que le potentiel converge. L'erreur faite sur le potentiel obtenu est de l'ordre de  $(\delta\Phi)^2$ , on comprend alors qu'un petit nombre d'itérations suffisent à faire converger le potentiel. Notons que la résolution du potentiel dans la partie vide n'exige pas de résolution numérique puisqu'on peut le déterminer analytiquement (équation (1.37)) en connaissant les différentes quantités physiques au front :  $x_f, n_{ef}, \Phi_f$ . Nous montrons ci-dessous à titre indicatif une représentation schématique du fonctionnement du code.

## 1.4 Discussion

Nous abordons dans cette discussion la présentation des résultats numériques provenant du code précédemment décrit [Mora 2003]. La figure 1.5(a) montre la densité de charge du plasma en fonction de l'espace au temps  $\omega_{pi0}t = 50$ . On note trois zone distinctes : une première zone de densité surfacique de charge positive  $\sigma = \epsilon_0 E_{ss}$  située autour de la position  $x = -c_{s0}t$  où

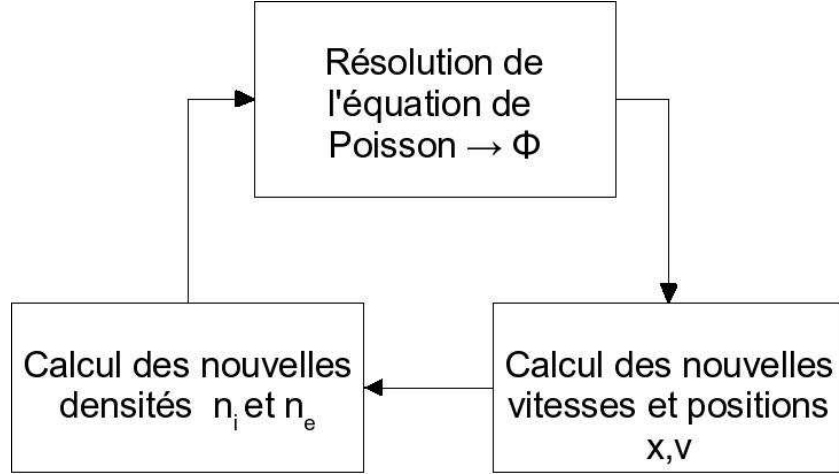


FIG. 1.4 – schéma du code

début l'expansion, deux autres couches situées de part et d'autre du front ionique  $x_f/c_{s0}t \simeq 5.6$  de densités surfaciques de charges respectives  $\sigma$  et  $-2\sigma$ . La plaque négative localisée au bord du plasma a bien une charge totale  $-\sigma$  comme le prévoyait la solution auto-semblable. Le champ électrique associé à la densité de charge est illustré sur la figure 1.5(b). Le champ électrique correspondant à la partie neutre du plasma ( $\rho = 0$ ) coïncide avec le champ auto-semblable  $E_{ss}$  dont la courbe figure en pointillé. Au voisinage du front d'ions où les effets de charges apparaissent, on observe la croissance brutale du champ électrique puis une décroissance en  $1/x$  jusqu'à l'infini. L'évolution

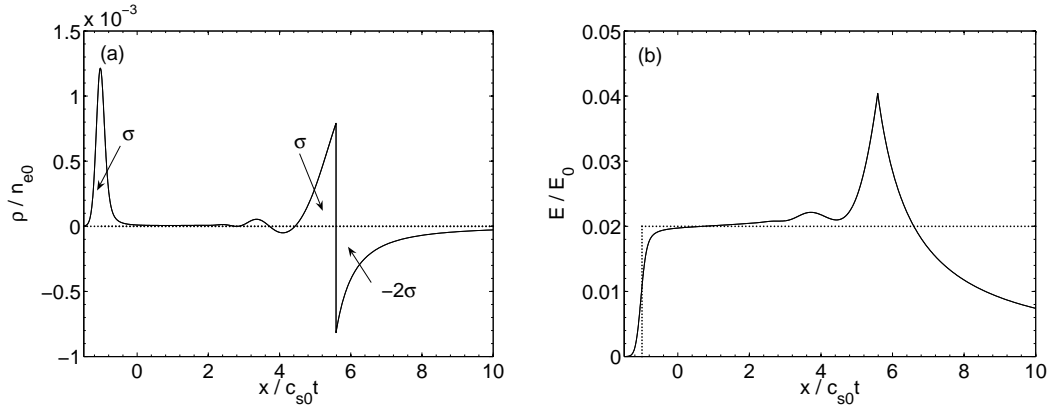


FIG. 1.5 – (a) : densité de charge en fonction de l'espace à  $\omega_{pi0}t = 50$ . (b) : champ électrique en fonction de l'espace à  $\omega_{pi0}t = 50$  ; le courbe en pointillé correspond à la solution auto-semblable, équation (1.23).

du champ électrique au front  $E_f$  en fonction du temps est représentée sur la figure 1.6(a). Une expression précise du champ électrique au front est donnée

par la formule suivante [Mora 2003] :

$$E_f \simeq \frac{2E_0}{\sqrt{2e_N + \omega_{pi0}^2 t^2}}. \quad (1.53)$$

On pourra vérifier que cette formule est valide à tout instant. On retrouve en effet la valeur du champ à  $t = 0$  (équation (1.36)) ainsi que le comportement asymptotique pour  $\omega_{pi0}t \gg 1$  (équation (1.23)). Il est dorénavant possible d'obtenir les expressions de la vitesse et de la position du front en fonction du temps. En intégrant successivement le champ  $v_f = (Ze/m_i) \int E_f dt$  puis la vitesse  $x_f = \int v_f dt$ , on obtient

$$v_f \simeq 2c_{s0} \ln(\tau + \sqrt{\tau^2 + 1}) \quad (1.54)$$

$$x_f \simeq 2\sqrt{2}e\lambda_{D0} \left( \tau + \sqrt{\tau^2 + 1} - \sqrt{\tau^2 + 1} + 1 \right), \quad (1.55)$$

où  $\tau = \omega_{pi0}t/\sqrt{2e_N}$ . La figure 1.6(b) montre l'évolution de la vitesse au front en fonction du temps. On remarquera le bon accord entre la formule théorique (1.54) représentée par des cercles et les résultats numériques tracés en ligne continue. Dans la limite asymptotique  $\omega_{pi0}t \gg 1$ , les équations (1.54) et (1.55)

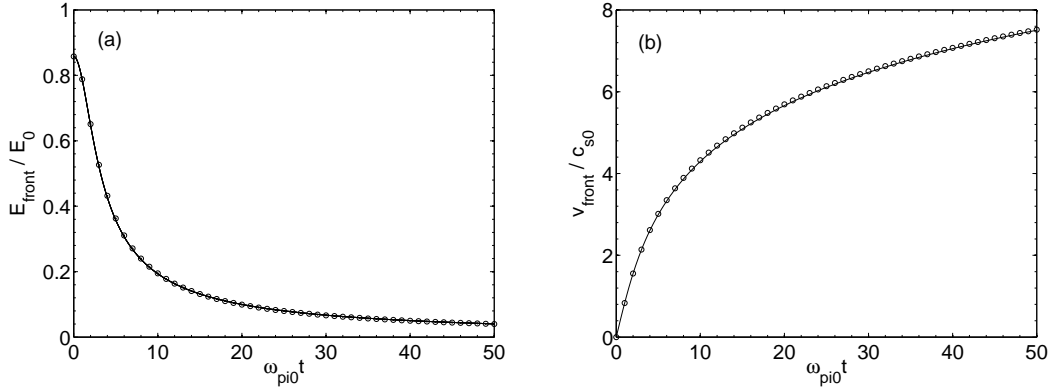


FIG. 1.6 – (a) : champ électrique au front en fonction du temps ; la courbe continue correspond aux résultats numériques et les cercles à la formule théorique (1.53). (b) : vitesse du front d'ion en fonction du temps ; la courbe continue correspond aux résultats numériques et les cercles à la formule théorique (1.54).

prennent la forme suivante

$$v_f \simeq c_{s0} (2 \ln(\omega_{pi0}t) + \ln(2) - 1) \quad (1.56)$$

$$x_f \simeq c_{s0}t (2 \ln(\omega_{pi0}t) + \ln(2) - 3). \quad (1.57)$$

La formule (1.56) est en accord avec l'estimation faite à partir de la solution auto-semblable. Le profil de vitesse des ions au temps  $\omega_{pi0}t = 50$  est illustré sur la figure 1.7(a). Le profil de vitesse est en grande partie linéaire et épouse ainsi la solution auto-semblable tracée en pointillé. Nous trouvons ici des résultats comparables à ceux obtenus par [Crow *et al.* 1975] mais ils diffèrent en revanche de ceux de [Widner *et al.* 1971] pour lesquels la vitesse au front est limitée à trois fois la vitesse acoustique ionique. On peut observer la structure du front d'ions en fonction de l'espace sur la figure 1.7(b) au temps  $\omega_{pi0}t = 50$ . La densité de la solution auto-semblable (1.19) est tracée en pointillés et se confond dans la partie quasi-neutre du plasma avec les résultats numériques. Il est important de mentionner que la densité ionique est strictement décroissante jusqu'au front et que le pic observé près du front dans les travaux de [Crow *et al.* 1975] et [Gurevich & Meshcherkin 1981] n'apparaît pas dans nos simulations. Notons que [True *et al.* 1981] et [Kishimoto *et al.* 1983] ne retrouvent également pas ce pic de densité ionique au voisinage du front. Les travaux de [Mora 2003] ont montré que le comportement des densités électroniques et ioniques au front ainsi que leurs dérivées spatiales peuvent être obtenus analytiquement dans le régime asymptotique. Ces résultats analytiques contredisent les simulations de [Crow *et al.* 1975] et [Gurevich & Meshcherkin 1981] et infirment donc l'hypothèse d'un pic de densité ionique au front. L'expression (1.54) permet de prédire l'énergie maximale des ions

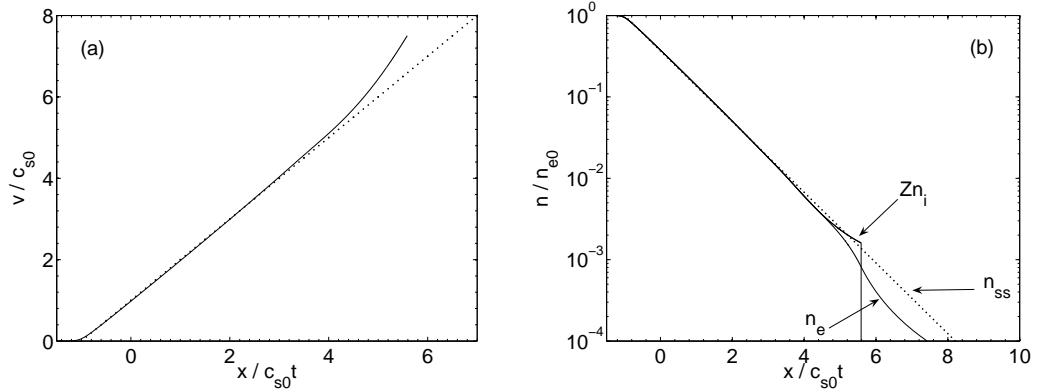


FIG. 1.7 – (a) : profil de vitesse des ions en fonction de l'espace au temps  $\omega_{pi0}t = 50$  ; le profil auto-semblable est tracé en pointillé. (b) : densités électroniques et ioniques en fonction de l'espace au temps  $\omega_{pi0}t = 50$  ; la densité auto-semblable est tracé en pointillé.

accélérés dans l'expansion du plasma,

$$E_{max} \simeq 2Zk_B T_e \left[ \ln(\tau + \sqrt{\tau^2 + 1}) \right]^2. \quad (1.58)$$

L'énergie maximale des ions représente également l'énergie de coupure du spectre des ions accélérés. La forme du spectre peut être dans un premier

temps déduite des solutions auto-semblables. Le nombre d'ions par unité de surface à un temps donné vaut dans le cas du modèle auto-semblable

$$N = \int_{-c_{s0}t}^x n_i dx = n_{i0} c_{s0} t \left( 1 - \exp\left(-\frac{x}{c_{s0}t} - 1\right) \right). \quad (1.59)$$

En posant  $\mathcal{E} = m_i v^2/2$  avec  $v$  donné par l'équation (1.18), le modèle prévoit un nombre d'ions par unité d'énergie et de surface de

$$\frac{dN}{d\mathcal{E}} = \frac{n_{i0} c_{s0} t}{\sqrt{2\mathcal{E}\mathcal{E}_0}} \exp\left(-\sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}}\right), \quad (1.60)$$

où  $\mathcal{E}_0 = Zk_B T_e$ . Une comparaison entre les spectres théoriques auto-semblables et ceux provenant des résultats numériques est montrée sur la figure 1.8 pour les temps  $\omega_{pi0}t = 30$  et  $\omega_{pi0}t = 100$ .

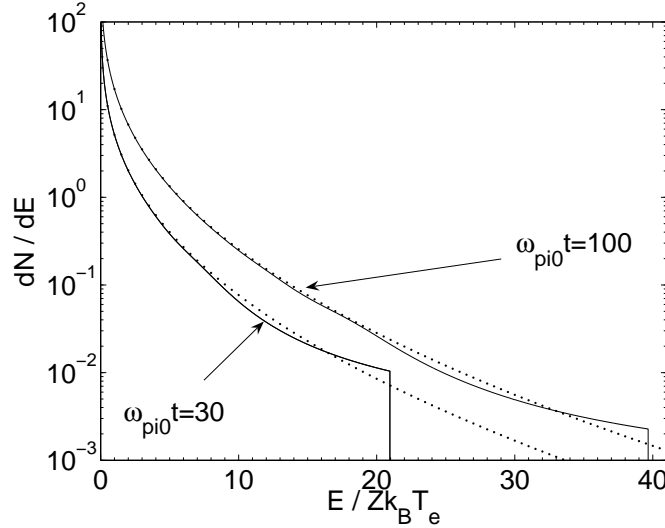


FIG. 1.8 – Spectre en énergie par unité de surface pour les temps  $\omega_{pi0}t = 30$  et  $\omega_{pi0}t = 100$ . L'énergie est normalisée à  $Zk_B T_e$  et le nombre d'ions surfacique à  $n_{i0}\lambda_{D0}/Zk_B T_e$ . Le spectre théorique auto-semblable est tracé en ligne pointillé.

Nous avons vu dans ce chapitre plusieurs descriptions de l'expansion d'un plasma semi-infini dans le vide. Nous retiendrons que l'hypothèse d'un traitement fluide de la population ionique s'avère suffisant dans la résolution d'un tel problème et particulièrement dans l'obtention de solutions auto-semblables. Le potentiel auto-consistant lentement variable et la faible inertie des électrons permettent dans un premier temps de considérer la population électronique en équilibre avec le potentiel au cours de l'expansion. La résolution du système d'équations gouvernant la détente sur un maillage lagrangien a fourni des résultats précis quant à la structure du front d'ions et confirme le caractère auto-semblable de l'expansion du plasma dans le régime asymptotique. Ces calculs correspondent cependant à un plasma semi-infini alors

que les expériences faites sur l'accélération d'ions sont réalisées à partir de cibles finies. Dans la modèle semi-infini, la source d'énergie est infinie, la température électronique constante et l'énergie maximale des ions accélérés croît ainsi indéfiniment. Les prédictions que nous pouvons faire ne peuvent être obtenues qu'en figeant le spectre à un temps donné. Il semble alors nécessaire de prendre en compte les effets dus à la largeur initiale finie de la cible. Le chapitre suivant nous y invite.

# Chapitre 2

## Expansion d'une cible de taille finie

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Contexte . . . . .</b>	<b>39</b>
<b>2.2</b>	<b>Modèle d'expansion . . . . .</b>	<b>40</b>
2.2.1	Situation initiale . . . . .	40
2.2.2	Conservation de l'énergie . . . . .	40
2.2.3	Equation d'état des électrons . . . . .	42
<b>2.3</b>	<b>Expansion adiabatique d'une cible . . . . .</b>	<b>44</b>
2.3.1	Cas d'une cible épaisse $L \gg \lambda_{D0}$ . . . . .	44
2.3.2	Aspects énergétiques . . . . .	47
2.3.3	Expansion avec des électrons bi-maxwelliens . . . . .	51

---

## 2.1 Contexte

Les modèles isothermes ou semi-infinis constituent une base solide dans la compréhension des expansions de plasma dans le vide. Dans ce type d'étude l'énergie cinétique des ions et la vitesse du front, prédit par [Mora 2003], divergent avec le temps. Une comparaison expérimentale ne saurait alors être effectuée qu'à un temps correspondant à l'arrêt de l'accélération. Le temps de durée de l'impulsion laser  $t_l$  paraît un choix judicieux sachant que les électrons chauds, à l'origine du mécanisme d'accélération, sont essentiellement produits pendant cette durée. Il apparaît certain que l'accélération ne peut physiquement se figer instantanément à un temps donné. En outre, la géométrie semi-infinie garantit un réservoir d'électrons chauds infini et permet de considérer l'expansion de plasma comme isotherme. Cette hypothèse n'est cependant valable que pendant la durée de l'impulsion laser. En réalité, les électrons chauds, en oscillant dans le potentiel électrostatique



auto-consistant du plasma se refroidissent et transfèrent progressivement leur énergie aux ions. Les travaux de [Baitin & Kuzanyan 1998], [Dorozhkina & Semenov 1998], [Kovalev *et al.* 2002] et [Kovalev & Bychenkov 2003] ont fourni des solutions analytiques à ce type de problème dans l'approximation quasi-neutre mais ne permettent pas de décrire la structure du front d'ions, nécessaire à la détermination de la vitesse maximum du spectre ionique. C'est pourquoi, nous proposons dans ce chapitre l'étude théorique et numérique d'expansion d'une cible de taille finie à partir du code de [Mora(1) 2005]. Une attention particulière sera portée à la description des différentes structures composant le plasma et à la détermination de la vitesse finale (asymptotique) du front d'ions.

## 2.2 Modèle d'expansion

### 2.2.1 Situation initiale

Les équations gouvernant l'expansion d'une cible de taille finie sont identiques à celles que nous avons vues dans le chapitre précédent. Les ions sont décrits de manière fluide et obéissent par conséquent aux équations de continuité (1.13) et de mouvement (1.14). Le potentiel électrostatique est déterminé en résolvant l'équation de Poisson (1.3). À  $t = 0$  les ions sont toujours considérés comme froids et de vitesse nulle. Le profil initial de densité est discontinu,

$$n_i = \begin{cases} n_{i0} = n_{e0}/Z & \text{si } |x| < L/2 \\ 0 & \text{si } |x| > L/2 \end{cases}$$

et se distingue ainsi de ceux utilisés par [Baitin & Kuzanyan 1998], [Dorozhkina & Semenov 1998], [Kovalev *et al.* 2002] et [Kovalev & Bychenkov 2003]. L'expansion du plasma étant symétrique par rapport au centre de la cible pris au point  $x = 0$ , seul le demi plan correspondant à  $x > 0$  sera étudié. La condition limite de la partie gauche de la boîte de simulation (le centre de la cible dans ce cas présent) diffère de celle employée dans le cas d'une expansion isotherme. On prendra dans ce cas  $E(x = 0) = 0$  et  $v(x = 0) = 0$ . Le modèle garde également l'hypothèse d'électrons restant en équilibre avec le potentiel électrostatique et suivant donc la loi de Boltzmann (1.12).

### 2.2.2 Conservation de l'énergie

Nous montrons ici brièvement que le système d'équations régissant la détente vérifie la conservation de l'énergie totale du plasma. Initialement l'énergie du plasma est contenue sous forme thermique  $\mathcal{E}_{th}$  au sein de la population électronique ainsi que sous forme électrostatique :

$$\mathcal{E}_\Phi = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} E^2(x)dx. \quad (2.1)$$

L'énergie cinétique des ions est initialement nulle et est calculée au cours de la détente par l'expression suivante

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}m_i \int_{-\infty}^{\infty} n_i(x) v_i^2(x) dx. \quad (2.2)$$

L'évolution de l'énergie thermique peut être calculée à partir du travail du champ électrique sur la population électronique

$$\frac{d\mathcal{E}_{th}}{dt} = -e \int_{-\infty}^{\infty} E v_e n_e dx, \quad (2.3)$$

où  $v_e$  est la vitesse moyenne des électrons. La dérivation de l'équation (2.2) permet d'obtenir l'évolution de l'énergie cinétique des ions

$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \frac{1}{2}m_i \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial n_i}{\partial t} v_i^2 + 2n_i v_i \frac{\partial v_i}{\partial t} \right] dx. \quad (2.4)$$

En utilisant l'équation de continuité (1.13) et l'équation de mouvement (1.14) et en intégrant par partie le premier terme sous l'intégrale, il vient

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} &= \frac{1}{2}m_i \int_{-\infty}^{\infty} \left[ n_i v_i \frac{\partial v_i^2}{\partial x} + 2n_i v_i \frac{Ze}{m_i} E - 2n_i v_i^2 \frac{\partial v_i}{\partial x} \right] dx \\ &= Ze \int_{-\infty}^{\infty} E v_i n_i dx, \end{aligned}$$

ce qui est d'ailleurs cohérent avec l'équation (2.3). On en déduit ainsi

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{th}) &= e \int_{-\infty}^{\infty} E (Z v_i n_i - n_e v_e) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} E j(x) dx, \end{aligned}$$

où  $j$  désigne la densité de courant. D'autre part on obtient, en utilisant l'équation de continuité (1.13)

$$\frac{\partial j}{\partial x} = e \frac{\partial}{\partial t} (n_e - Z n_i).$$

L'équation de Poisson (1.3) permet finalement de retrouver le courant de déplacement de Maxwell

$$j(x) = -\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (2.5)$$

D'où la relation de conservation de l'énergie,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\mathcal{E}_c + \mathcal{E}_{th}) &= -\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} E \frac{\partial E}{\partial t} dx \\ &= -\frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} E^2 dx \\ &= -\frac{d\mathcal{E}_\Phi}{dt}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

### 2.2.3 Equation d'état des électrons

L'équilibre de Boltzmann, qui suppose une fonction de distribution Maxwellienne à tout instant, est admis alors que certains effets cinétiques, non pris en compte dans ce modèle sont à l'origine de la violation de cette hypothèse. Si l'on tient compte de l'inertie des électrons, leur temps de transit fini dans le plasma produit des corrections de l'ordre de  $\sqrt{Zm_e/m_i}$  sur le potentiel. [Mora & Pellat 1979] a montré dans le cas du potentiel auto-semblable (1.20), qu'un électron donné perd une faible part  $\Delta E$  de son énergie initiale  $\mathcal{E}_0$

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{Zm_e}{m_i}} \sqrt{\frac{\mathcal{E}_0}{k_B T_e}} \left( \mathcal{E}_0 - \frac{3k_B T_e}{2} \right) \ll \mathcal{E}_0 \quad (2.7)$$

On note d'ailleurs d'après cette expression que seul les électrons de haute énergie ( $\mathcal{E}_0 > 3k_B T_e/2$ ) perdent de l'énergie pendant leur passage dans le plasma, ceux de basse énergie en gagnent. En fait, dans un potentiel qui ne peut être écrit en loi de puissance, la quantité d'énergie perdue par les électrons lors des oscillations n'est pas proportionnelle à leur énergie initiale, ce qui implique une distorsion de la distribution maxwellienne. Nous ignorons ici ces effets cinétiques qui feront l'objet d'une discussion approfondie dans le chapitre 6. Nous admettons dans ce modèle que les électrons se refroidissent de manière adiabatique. Dans l'hypothèse d'une température initiale quelconque (relativiste ou classique), la fonction de distribution des électrons peut alors s'écrire à tout instant

$$f_e(x, p, t) = \frac{n_{e0}}{2m_e c K_1(\theta)} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{k_B T_e}\right), \quad (2.8)$$

où  $\mathcal{E} = m_e c^2 (\gamma - 1) - e\Phi(x, t)$ ,  $\gamma = \sqrt{1 + p^2/m_e^2 c^2}$  le facteur relativiste,  $c$  la vitesse de la lumière,  $\theta = m_e c^2 / k_B T_e$  et  $K_1$  la fonction de Bessel du second ordre. L'énergie cinétique qu'acquièrent les ions pendant l'expansion du plasma provient essentiellement de l'énergie thermique électronique qui est transmise par le champ électrique. La variation de l'énergie des électrons se traduit par une variation de leur température  $T_e$  qui est désormais une fonction du temps déterminée par la conservation de l'énergie du plasma

$$\frac{d\mathcal{E}_{th}}{dt} = -\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} - \frac{d\mathcal{E}_\Phi}{dt}. \quad (2.9)$$

L'énergie thermique s'écrit sous sa forme la plus générale

$$\mathcal{E}_{th} = m_e c^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dp \left( \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}} - 1 \right) f(x, p, t). \quad (2.10)$$

Dans la limite classique,  $\theta \gg 1$ , l'intégrale tend vers  $\mathcal{E}_{th} = N_e k_B T_e/2$  et vers  $\mathcal{E}_{th} = N_e k_B T_e$  dans le cas ultrarelativiste  $\theta \ll 1$ ;  $N_e = n_{e0} L$  dénote le

nombre total d'électrons par unité de surface. On peut alors exprimer l'énergie thermique des électrons sous la forme suivante [Mora(1) 2005] :

$$\mathcal{E}_{th} = g(\theta) N_e k_B T_e, \quad (2.11)$$

où  $g$  est une fonction de la variable  $\theta$  qui tend respectivement vers  $g = 1/2$  et  $g = 1$  dans les deux limites. La fonction  $g$  est ainsi définie par l'expression

$$g(\theta) = \frac{\mathcal{E}_{th}}{N_e k_B T_e} = \frac{m_e c^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}} - 1 \right) \exp \left( -\theta \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}} \right) dp}{k_B T_e \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left( -\theta \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}} \right) dp}. \quad (2.12)$$

Une forme approchée de la fonction  $g$  est donnée par la formule

$$g(\theta) = \frac{1}{2} \frac{\theta^2 + \frac{9}{4}\theta + \frac{3}{4}}{\theta^2 + \frac{3}{2}\theta + \frac{3}{8}}. \quad (2.13)$$

La figure 2.1 montre la comparaison entre la forme approchée et la fonction  $g$  (2.12). La dérivation détaillée des calculs conduisant à la formule (2.13) se trouve dans l'annexe B.

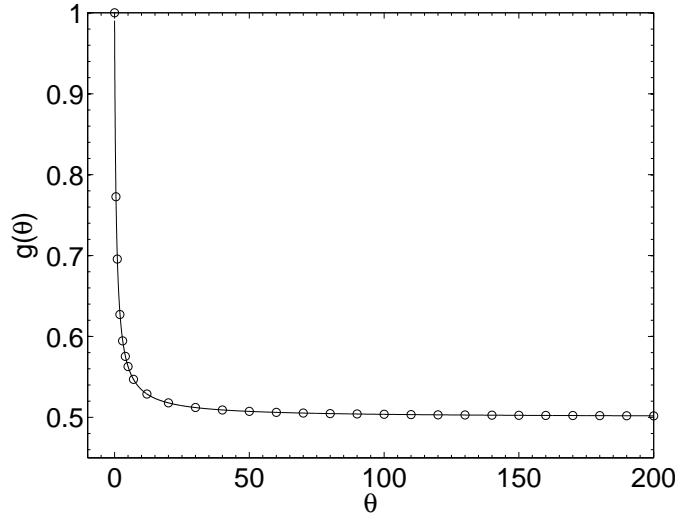


FIG. 2.1 –  $g$  tracé en fonction du paramètre adimensionné  $\theta = m_e c^2 / k_B T_e$  ; le trait continu correspond à la formule analytique (2.12), les ronds à des points provenant de la forme approchée (2.13).

## 2.3 Expansion adiabatique d'une cible

### 2.3.1 Cas d'une cible épaisse $L \gg \lambda_{D0}$

L'expansion d'une cible épaisse  $L \gg \lambda_{D0}$  est simulée en résolvant avec le code lagrangien décrit au chapitre 1 le système d'équations (1.43)-(1.44)-(1.45)-(1.46) couplé à l'équation de conservation de l'énergie (2.9). L'article de [Mora(1) 2005] montre que l'évolution de la température électronique peut être calculée aussi directement à partir de l'équation (2.3), qui s'écrit, en utilisant l'équilibre de Boltzmann

$$\frac{d\mathcal{E}_{th}}{dt} = -k_B T_e \int_{-\infty}^{\infty} n_e \frac{\partial v_e}{\partial x} dx \quad (2.14)$$

$$= e \int_{-\infty}^{\infty} \Phi \frac{\partial n_e}{\partial t} dx. \quad (2.15)$$

On évalue numériquement cette dernière intégrale en remplaçant la dérivée partielle temporelle par l'opérateur lagrangien  $\partial/\partial t = d/dt - v_i \partial/\partial x$  qui est pris en suivant le mouvement des ions.

Le modèle adiabatique diffère du modèle isotherme à partir du moment où la température électronique commence à décroître de manière significative, i.e., lorsque l'onde de raréfaction atteint le centre de la cible. Le point  $x_R$  correspondant à la position du front de raréfaction obéit à l'équation

$$x_r = \frac{L}{2} - \int_0^t c_s dt, \quad (2.16)$$

avec  $c_s = \sqrt{k_B T_e / m_i}$  la vitesse acoustique ionique dépendante du temps. [Mora(1) 2005] définit comme temps caractéristique d'expansion  $t_R = L/2c_{s0}$  le temps que mettrait l'onde de raréfaction à atteindre le centre si la température était maintenue constante. De fait, les deux modèles sont semblables pour des temps vérifiant  $t \ll t_R$ . La température décroît doucement pour des temps  $0 < t \lesssim t_R$ ; le refroidissement devient manifeste pour  $t \gg t_R$  où le profil de vitesse se fige,  $v(x, t) \simeq x/t$ . Le profil de vitesse ionique ainsi que les profils de densités ionique et électronique sont représentés en fonction de l'espace sur la figure 2.2 pour une longueur de cible initiale  $L = 20\lambda_{D0}$  et une température initiale  $T_{e0} = 1$  MeV ; la longueur de Debye  $\lambda_{D0}$  se réfère à la densité électronique non perturbée  $n_{e0}$  et à la température électronique initiale  $T_{e0}$ . Dans ce régime asymptotique  $t \gg t_R$ , les profils de densités présentent un caractère auto-semblable dans la partie quasi-neutre du plasma. La nature figée du profil de vitesse permet de décrire la densité comme  $n(x, t) = f(x/t)/t$  en analogie avec une dilatation d'un gaz à vitesse constante. Il est aisé de s'en persuader en posant dans l'équation de continuité (1.13) un champ de vitesse de la forme  $v(x, t) \simeq x/t$ . On trouve alors que la fonction  $f = n(x, t)t$  est solution de l'équation

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{x}{t} \frac{\partial f}{\partial x} = 0. \quad (2.17)$$

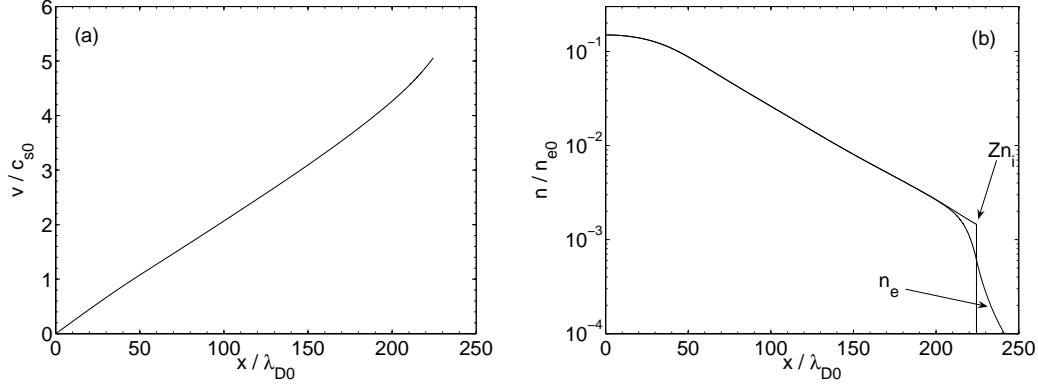


FIG. 2.2 – (a) : profil de vitesse des ions en fonction de l'espace au temps  $\omega_{pi0}t = 50$ ; (b) : densités électroniques et ionique en fonction de l'espace au temps  $\omega_{pi0}t = 50$ .

Le changement de variable  $\xi = x/t$ ,  $\tau = t$  réduit l'équation (2.17) à  $\partial f / \partial \tau = 0$ , montrant ainsi que la fonction  $f$  ne dépend que de la variable  $\xi$ . On peut également obtenir le comportement asymptotique de la température en insérant le champ de vitesse  $v(x, t) \simeq x/t$  dans l'équation (2.14). La température asymptotique est alors solution de l'équation différentielle

$$\frac{dT_e}{dt} = -\frac{T_e}{g(\theta)t}. \quad (2.18)$$

Dans le cas classique où  $g = 1/2$ , l'intégration de l'équation donne une loi d'échelle pour la température en  $T_e \propto t^{-2}$ , ce qui confirme les résultats des précédentes études 1D d'expansion adiabatique de plasmas [Kovalev & Bychenkov 2003] et [Dorozhkina & Semenov 1998]. L'étude de [Manfredi *et al.* 1993] montre qu'une telle loi d'échelle pour la température électronique correspond à un coefficient polytropique  $\gamma = 3$  de la loi de Laplace  $PV^\gamma = c^{ste}$ . Cette loi d'échelle n'est cependant pas valable dans le cas ultrarelativiste ( $g = 1$ ) où la température décroît en  $T_e \propto t^{-1}$ . Ces tendances sont vérifiées sur la figure 2.3 représentant les décroissances en fonction du temps de deux températures de  $T_e = 1$  keV et  $T_e = 100$  MeV (cas classique et ultrarelativiste) pour une largeur initiale de cible de  $L = 20\lambda_{D0}$ . On notera que les deux températures ont perdu respectivement 70% et 50% de leurs valeurs initiales au bout du temps caractéristique  $t_R$ .

L'analyse de la température nous permet de comprendre l'évolution temporelle des régions caractérisant le profil spatial du champ électrique tracé sur la figure 2.4(a) pour des paramètres identiques à ceux de la figure 2.2. L'équilibre de Boltzmann équivaut à exprimer le champ électrique sous la forme

$$E(x, t) = \frac{k_B T_e}{el_c(x, t)}, \quad (2.19)$$

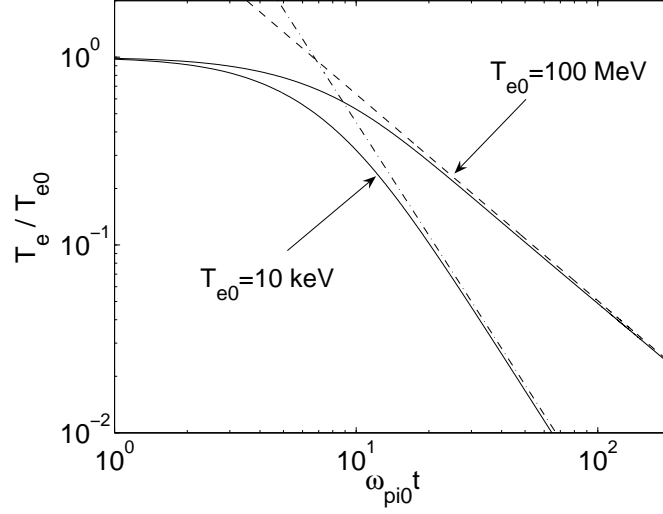


FIG. 2.3 – Température électronique en fonction du temps pour une cible de largeur initiale  $L = 20\lambda_{D0}$ . La courbe en tiret  $T_e \propto t^{-1}$  correspond à la solution asymptotique d'une température initiale de  $T_{e0} = 100$  MeV ; la courbe en pointillés-tirets correspond à la solution asymptotique d'une température initiale de  $T_{e0} = 10$  keV.

où  $l_c(x, t) = |\partial \ln n_e / \partial x|^{-1}$  désigne la longueur caractéristique de densité électronique. On relève trois régions distinctes formant le champ électrique de la partie plasma  $x \leq x_f$ . Dans la première région située sur la figure 2.4(a) pour  $x \lesssim 40\lambda_{D0}$ , le champ adopte un profil linéaire prédit par les solutions auto-semblables de [Kovalev & Bychenkov 2003], [Dorozhkina & Semenov 1998] et [Baitin & Kuzanyan 1998]. La deuxième région est celle d'un plateau que l'on avait déjà observé dans l'expansion d'un plasma semi-infini. [Mora(1) 2005] a remarqué que la longueur caractéristique  $l_c$  évoluait linéairement avec le temps dans le régime asymptotique ; connaissant l'évolution de la température, la décroissance du plateau suit alors une loi d'échelle en  $E_{\text{plateau}} \propto t^{-3}$ . Le pic du champ électrique coïncidant avec le front ionique  $x_f \simeq 225\lambda_{D0}$  constitue la dernière région pour laquelle la longueur de Debye est la longueur caractéristique. Il s'avère alors nécessaire de connaître la loi d'échelle asymptotique de la densité électronique au front  $n_{ef}$  afin d'en déduire celle du pic du champ. Pour cela, nous nous servons de l'équation suivante [Mora 2003] dérivant des équations (1.3)-(1.13)-(1.14)

$$\frac{d^2}{dt^2} \ln n_i - \left( \frac{d}{dt} \ln n_i \right)^2 = \omega_{pi0} \frac{n_e - Zn_i}{n_{e0}} \quad (2.20)$$

en supposant une dépendance temporelle du type  $n_\alpha \simeq K_\alpha / t^m$  avec  $K_\alpha$  une constante réelle et  $\alpha = i, e$ . On trouve que  $m = 2$  et  $K_i = K_e + 2$  donnant la loi d'échelle pour le champ au front en  $E_f \propto t^{-2}$ . Précisons que ces lois d'échelle ne sont pas valables dans le cas ultrarelativiste où on vérifie numériquement

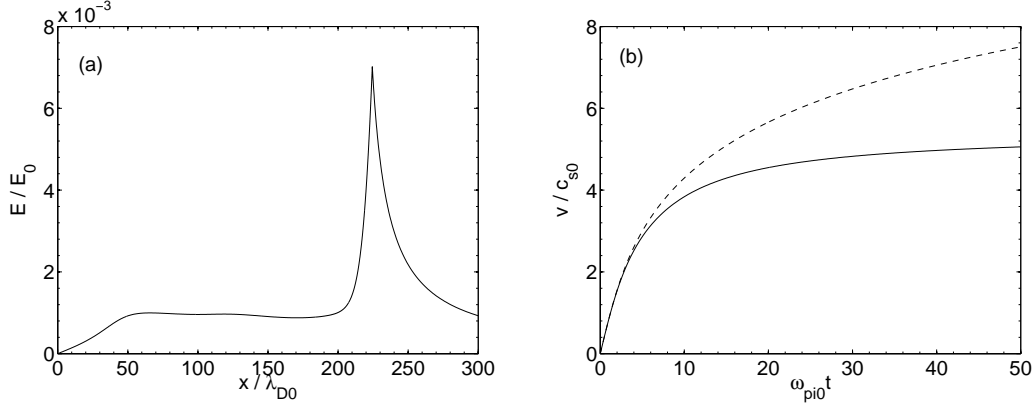


FIG. 2.4 – (a) : champ électrique en fonction de l'espace pour une largeur de cible  $L = 20\lambda_{D0}$  et une température initiale  $T_{e0} = 1\text{MeV}$ . (b) : évolution temporelle de la vitesse du front d'ion tracée ; la courbe en trait continu correspond au modèle adiabatique, celle en pointillé au modèle isotherme.

que  $E_{\text{plateau}} \propto t^{-2}$  et  $E_f \propto t^{-3/2}$ . Ce modèle démontre de plus que dans une expansion à énergie constante, la longueur de Debye locale du front tend vers une valeur finie contrairement au modèle isotherme où celle-ci diverge. Enfin le rapport entre le champ au front et celui du plateau croît linéairement dans le temps en régime classique impliquant que la double couche reste la structure dominante du plasma aux temps longs.

L'évolution temporelle de la vitesse du front ionique est tracée sur la figure 2.4(b) dans le cas du modèle adiabatique (avec des paramètres initiaux identiques à ceux de la figure 2.2) et du modèle isotherme. La principale caractéristique du modèle adiabatique réside dans la convergence de la vitesse au front due à la quantité d'énergie finie contenue dans le plasma initial. L'intégration du champ au front  $E_f \propto t^{-2}$  confirme ce résultat numérique. L'analyse de la figure 2.4(b) corrobore le fait que les deux modèles sont semblables jusqu'au temps caractéristique  $t_R \simeq 10 \omega_{pi0}^{-1}$  où la vitesse au front a atteint près de 70% de sa vitesse finale.

### 2.3.2 Aspects énergétiques

Dans le cas de l'expansion d'une cible épaisse  $L \gg \lambda_{D0}$ , nous avons énoncé que l'énergie cinétique acquise par les ions provenait majoritairement de l'énergie thermique initiale des électrons. Cette assertion se vérifie en calculant à l'instant initial la manière dont est répartie l'énergie du plasma suivant ses différentes composantes électrostatique et thermique, sachant que la composante cinétique est par définition nulle à  $t = 0$ . Nous nommerons dans les calculs suivants  $\mathcal{E}_{\Phi, \text{plasma}}$  l'énergie électrostatique contenue dans la partie plasma, i.e., à  $t = 0$  pour  $x \in [0; L/2]$ , et par  $\mathcal{E}_{\Phi, \text{vide}}$  celle de la partie



vide d'ions,  $x \in [L/2; \infty]$ . L'intégration de l'équation (1.26) vaut, en prenant comme approximation initiale du potentiel l'expression (1.35),

$$\mathcal{E}_{\Phi, plasma} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int_0^{L/2} E^2 dx \quad (2.21)$$

$$\simeq k_B T_{e0} (N_{e, plasma} - Z N_{ion} + n_{e0} \lambda_{D0}), \quad (2.22)$$

avec  $N_{e, plasma}$  et  $N_{ion}$  représentant respectivement le nombre d'électrons et d'ions de la partie plasma. Dans la partie vide, on a

$$\mathcal{E}_{\Phi, vide} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int_{L/2}^{\infty} E^2 dx \quad (2.23)$$

$$= k_B T_{e0} N_{e, vide}, \quad (2.24)$$

avec  $N_{e, vide}$  le nombre d'électrons présents dans la partie vide. En sachant que  $N_e = Z N_{ion} = N_{e, vide} + N_{e, plasma}$ , le rapport des composantes thermique et électrostatique  $\mathcal{E}_{th}/\mathcal{E}_{\Phi} = g(\theta)L/\lambda_{D0} \gg 1$  nous permet d'en déduire celui entre l'énergie électrostatique et l'énergie totale :

$$\frac{\mathcal{E}_{\Phi}}{\mathcal{E}_{totale}} \ll 1. \quad (2.25)$$

L'évolution temporelle des différentes énergies du plasma d'une cible épaisse de  $L = 20\lambda_{D0}$  est représentée sur la figure 2.5(a). La température relativiste initiale est de  $T_{e0}=1$  MeV pour laquelle  $g(\theta) \simeq 0.753$ . La répartition énergétique initiale est conforme aux prédictions théoriques. Au cours de l'expansion l'énergie électrostatique, de l'ordre de  $E_{\Phi} \simeq k_B T_{e0} n_{e0} \lambda_{D0}$  à  $t = 0$ , décroît rapidement et devient négligeable à partir du temps caractéristique  $t_R$ . A cet instant, l'énergie cinétique des ions a acquis près de 60% de l'énergie totale et ne doit sa saturation qu'au refroidissement adiabatique des électrons. Notons que cette dynamique énergétique perd sa validité lorsque la largeur de la cible  $L$  devient petite ou de l'ordre de la longueur de Debye  $\lambda_{D0}$ .

Dans la cas d'une cible mince  $L \ll \lambda_{D0}$ , tous les électrons se trouvent pratiquement dans le vide  $N_e \simeq N_{e, vide}$  et le rapport  $\mathcal{E}_{th}/\mathcal{E}_{\Phi} \simeq g(\theta)$  indique que les deux composantes sont désormais comparables. On obtient ainsi pour l'instant initial :

$$\frac{\mathcal{E}_{\Phi}}{\mathcal{E}_{totale}} \simeq \frac{1}{1 + g(\theta)}. \quad (2.26)$$

Ces déductions théoriques sont vérifiées sur la figure 2.5(b) illustrant la dynamique des composantes énergétiques du plasma pour une cible de largeur  $L = 0.01\lambda_{D0}$ . On remarquera que la valeur initiale plus importante de la composante électrostatique entraîne une croissance de l'énergie cinétique ionique nettement plus lente.

Le souci des expérimentateurs est de produire des faisceaux d'ions ultra énergétiques et ils s'intéressent par conséquent à l'obtention des spectres ioniques les plus larges possible. Dans cette optique, [Mora(1) 2005] a cherché

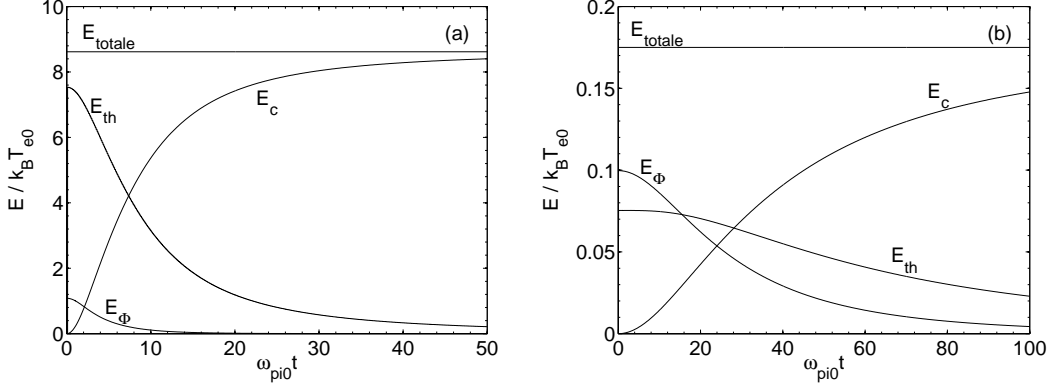


FIG. 2.5 – Evolution temporelle des composantes de l'énergie totale du plasma dans le cas d'une feuille épaisse  $L = 20\lambda_{D0}$  (a) et dans le cas d'une mince  $L = 0.01\lambda_{D0}$  (b) ; les simulations sont réalisées pour une température électronique initiale de  $T_{e0} = 1\text{MeV}$ .

une expression générale reliant la vitesse finale du front d'ion (cut-off du spectre) en fonction de la largeur initiale de la cible. Nous nous proposons de détailler les étapes conduisant à cette formule. Nous montrons sur la figure à titre d'exemple un spectre ionique final comparé à celui obtenu dans le cas du modèle isotherme pour une même énergie cinétique. Le spectre ionique du modèle isotherme a été figé au temps  $\omega_{pi0}t = 10.52$  qui correspond approximativement au temps caractéristique  $t \simeq t_R$ . On notera que la coupure du spectre (cut-off) est environ 20% plus importante dans le cas adiabatique que dans le cas isotherme. Une comparaison plus significative des deux modèles s'obtient en figeant l'énergie cinétique du cas isotherme au temps où celle-ci égale l'énergie totale du cas adiabatique, ce qui correspond à  $\omega_{pi0}t \simeq 3 + L/2\lambda_{D0}$ . La substitution de cette égalité dans la formule (1.56) donnant le comportement asymptotique de la vitesse au front d'une expansion isotherme, revient à chercher une vitesse finale de la forme

$$v_{finale} = 2c_{s0} \ln(C_1 \frac{L}{\lambda_{D0}} + C_2), \quad (2.27)$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes à déterminer numériquement. La vitesse finale du front ionique peut être calculée assez précisément en connaissant le comportement asymptotique du pic du champ électrique  $E_f \propto t^{-2}$  :

$$v_{finale} = v_f(t \rightarrow \infty) = v_f(t^*) + \frac{Ze}{m_i} \int_{t^*}^{\infty} E(t) dt \quad (2.28)$$

$$v_{finale} \simeq v_f(t^*) + \frac{Ze}{m_i} E_f(t^*) t^*, \quad (2.29)$$

avec  $t^* \gg t_R$ . Cette expression paraît certainement triviale mais dispense d'un temps de calcul numérique inutilement long pour le cas d'une très grande lar-

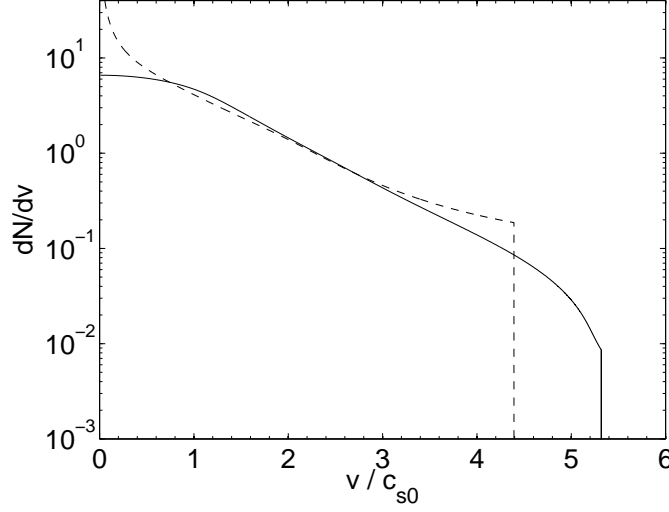


FIG. 2.6 – *spectre en vitesse au temps  $\omega_{pi0}t=200$ . les nombres d'ions par unités de surface est normalisé à  $n_{i0}\lambda_{D0}/c_{s0}$  ; En pointillé, le spectre du modèle isotherme pour lequel le temps a été figé à  $\omega_{pi0}t=10.52$  correspondant à la même énergie cinétique ionique.*

geur initiale de cible. Nous avons tracé sur la figure 2.7 cette vitesse finale en fonction de la largeur de la cible pour trois différentes températures correspondant à un cas classique  $T_{e0}=10$  keV, un cas relativiste  $T_{e0}=1$  MeV et un cas ultra-relativiste  $T_{e0}=100$  MeV. Nous pouvons à partir des courbes numériques déterminer les coefficients  $C_1$  et  $C_2$  qui sont de lentes fonctions de la température lorsque celle-ci dépasse le seuil relativiste. Ces coefficients prennent respectivement comme valeurs pour  $T_{e0}=10$  keV, 0.32 et 4.2, pour  $T_{e0}=1$  MeV, 0.49 et 5.3 et pour  $T_{e0}=100$  MeV, 0.8 et 8.17. Plusieurs remarques s'imposent cependant quant à la validité de l'expression (2.27) de [Mora(1) 2005]. D'une part, cette formule est proche de celle obtenue pour le modèle isotherme (1.54) à  $t \simeq t_R$ . D'autre part, les résultats numériques et les courbes issues de l'expression (2.27) ne coïncident que pour  $L \gtrsim 10\lambda_{D0}$ . Le fait que la vitesse finale augmente lorsque la largeur de la cible diminue pour  $L < 5\lambda_{D0}$  provient de la hausse du rapport  $\mathcal{E}_\Phi/\mathcal{E}_{totale}$  quand  $L \rightarrow 0$ . Dans le cas d'une cible ultra-mince  $L \ll \lambda_{D0}$ , la densité électronique est quasiment négligeable dans la cible<sup>2</sup>,  $n_{e0} \simeq n_{i0}(L/\lambda_{D0})^2/2$ , et l'intégration de l'équation de Poisson montre que le champ électrique croît linéairement de  $x = 0$  jusqu'à  $x = L/2$  où il vaut  $E_f(t=0) = Zen_{i0}L/2\epsilon_0$ . Tant que la densité électronique demeure négligeable, les ions subissent un champ électrique constant et par conséquent la vitesse au front augmente linéairement dans le temps,  $v_f \sim \omega_{pi0}^2 Lt/2$ . Il existe plusieurs critères permettant de déterminer approximativement le temps correspondant à cette phase transitoire; celui

<sup>2</sup>dans le cas d'une cible ultra-mince, la longueur de Debye est relative à la densité ionique :  $\lambda_{D0} = (\epsilon_0 k_B T_{e0} / Z n_{i0} e^2)^{1/2}$

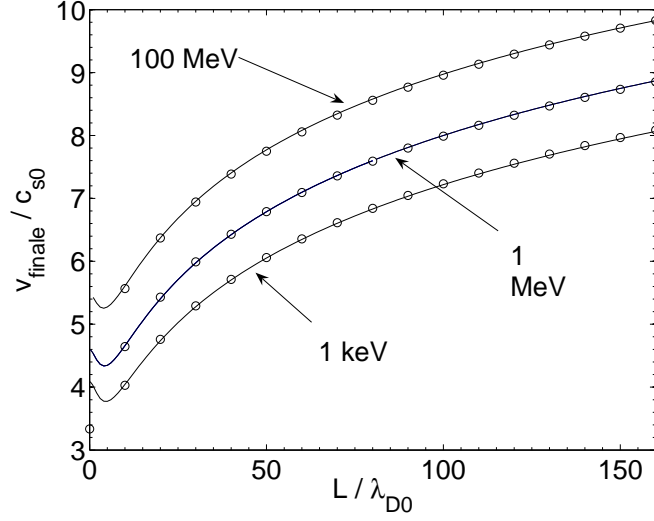


FIG. 2.7 – vitesse du front finale en fonction de la largeur de la cible dans le cas d’une température classique  $T_{e0} = 1 \text{ keV}$ , relativiste  $T_{e0} = 1 \text{ MeV}$  et ultra-relativiste  $T_{e0} = 100 \text{ MeV}$ .

pour lequel l’énergie cinétique devient comparable à l’énergie initiale nous paraît pertinent. Ce critère nous montre que la vitesse au front atteint à ce temps une valeur indépendante de la largeur initiale  $v_f \sim 3c_{s0}$ . L’accélération des ions connaît une phase transitoire pendant laquelle l’énergie cinétique provient essentiellement de l’énergie électrostatique non négligeable dans ce cas. Ce phénomène est d’ailleurs illustré sur la figure 2.5.

### 2.3.3 Expansion avec des électrons bi-maxwelliens

Plusieurs expériences [Bezzerrides *et al.* 1978] et [Allen *et al.* 2003] portant sur l’accélération d’ions par laser montrent que le spectre ionique mesuré exhibe une distribution énergétique comportant un creux. Des diagnostics expérimentaux complémentaires tels que l’émission de rayons X indiquent la présence d’une double population électronique, que l’on nommera froide et chaude, au sein de la distribution en énergie des électrons. [True *et al.* 1981], figurant parmi les premières études théoriques, proposent un simple argument suggérant que les distributions des deux populations chargées sont corrélées. Par analogie avec le modèle isotherme dans lequel le pic de densité ionique se propage avec la vitesse acoustique ionique, il semble raisonnable qu’un plasma composé d’une double population électronique présente dans son spectre ionique deux pics se déplaçant aux vitesses caractérisées par les électrons chauds et froids. Partant de cette hypothèse, nous nous proposons d’enrichir notre modèle d’expansion à énergie constante en ajoutant une composante froide électronique. Cette nouvelle population électronique est supposée suivre une distribution de Boltzmann correspondant à une température froide  $T_c$  tandis

que la température chaude sera dorénavant notée  $T_h$ . La densité électronique totale s'écrit alors à tout instant

$$n_e = n_{0h} \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_h}\right) + n_{0c} \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_c}\right), \quad (2.30)$$

où  $n_{0h}$  et  $n_{0c}$  sont respectivement les densités initiales chaudes et froides. L'évolution de la température froide est déterminée par l'équation (2.15) alors que celle de la température peut être déduite des équations (2.15) ou (2.9). Dans le cadre d'expériences d'interaction-plasma, le nombre d'électrons chauds  $N_h$  produit par l'irradiation d'une large cible reste en général très inférieur à celui des électrons considérés comme froids  $N_c$ ; par conséquent, nous limiterons notre étude au cas  $N_c/N_h \gg 1$  et  $L/\lambda_{D0} \gg 1$  avec  $\lambda_{D0} = \sqrt{\epsilon_0 k_B T_0 / n_{0h} e^2}$ ,  $T_0 = 1$  MeV. La densité ionique suit la même distribution uniforme et s'annule pour  $x \geq L/2$ . À  $t = 0$ , la densité électronique froide décroît fortement avant  $x = L/2$  tandis que la densité de la composante chaude garde une valeur presque constante jusqu'à cette position et forme au delà une gaine de Debye « chaude ». La densité électronique totale décroît en une succession de longueur de Debye « froide » et « chaude » qui forme ainsi une gaine hybride.

L'expansion du plasma à deux populations électroniques résulte du même processus physique décrit dans les modèles précédents et est simulée ici avec le code de [Mora(1) 2005]. Le potentiel électrostatique de la partie plasma  $x \in [0; x_f]$  est calculé numériquement avec la même méthode que nous avons employée au chapitre 1. Il suffit de rajouter dans ce cas les corrections dues à la présence des électrons froids dans le système linéaire (1.51). Le potentiel peut toutefois s'exprimer à tout instant de manière implicite en intégrant l'équation de Poisson entre  $x = 0$  et  $x = x_f$

$$\frac{x - L/2}{\lambda_{Dh}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{e\Phi/k_B T_h}^{e\Phi_f/k_B T_h} \frac{d\phi}{\left[ e^\phi - e^{\phi_0} + p(e^{\phi T_h/T_c} - e^{T_h \phi_0/T_c}) - \frac{\phi n_i}{n_{0h}} \right]^{1/2}}, \quad (2.31)$$

où  $\lambda_{Dh} = \sqrt{\epsilon_0 k_B T_h / n_h e^2}$  désigne la longueur de Debye locale relative à la population chaude et  $p = P_c/P_h = n_c k_B T_c / n_h k_B T_h$ , le rapport des deux types de pressions électroniques. L'intégration de l'équation de Poisson dans la partie vide d'ions vérifie

$$\frac{d\Phi}{dx} = -\sqrt{2\epsilon_0} \left[ n_{0h} k_B T_h \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_h}\right) + n_{0c} k_B T_c \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_c}\right) \right]^{1/2}. \quad (2.32)$$

Cette équation étant valable pour  $x \in [x_f; \infty[$ , elle donne aussi la valeur du champ électrique au front à tout instant. En présence d'une double population électronique, il n'existe pas de formule analytique donnant le potentiel dans la partie vide. On peut en revanche trouver une expression semblable au cas standard en introduisant la fonction suivante

$$u_\Phi = \exp\left(\frac{-e\Phi}{2k_B T_h}\right) - \exp\left(\frac{-e\Phi_f}{2k_B T_h}\right). \quad (2.33)$$

En utilisant l'équation (2.32), on peut écrire la différentielle de la fonction  $u_\Phi$  sous la forme

$$du_\Phi = -e\sqrt{\frac{\epsilon_0 n_{0h}}{2k_B T_h}} \left(1 + \frac{P_c}{P_h}\right)^{1/2} dx. \quad (2.34)$$

On exprime alors d'après (2.33), le potentiel en fonction de  $u_\Phi$  :

$$\Phi(x, t) = \Phi_f - \frac{2k_B T_h}{e} \ln \left[ 1 + u_\Phi \exp \left( \frac{e\Phi_f}{2k_B T_h} \right) \right], \quad (2.35)$$

où la fonction  $u_\Phi$  résulte de l'intégration numérique de (2.34) entre  $x_f$  et  $x$ .

Nous avons choisi d'illustrer l'expansion d'une cible de largeur  $L = 20\lambda_{D0}$  dont les rapports initiaux des températures et des densités sont les suivants :  $T_{0h}/T_{0c} = 880$  et  $n_{0c}/n_{0h} = 200$ . La figure 2.8(a) représente les densités électroniques et ionique au temps  $\omega_{pi}t = 50$  ( $\omega_{pi} = \sqrt{n_{0h}e^2/m_i\epsilon_0}$ ) ; la température initiale chaude est telle que l'énergie totale de la cible soit identique au cas précédent. A l'instar des résultats de [True *et al.* 1981], [Bezzerides *et al.* 1978] et [Wickens *et al.* 1978], on observe que l'expansion est divisée en deux régions distinctes correspondant aux parties du plasma gouvernées par les composantes froides et chaudes. Les électrons froids, ou de basse énergie, ne peuvent explorer toutes les régions du plasma, leur présence est confinée aux zones où la densité chaude n'excède pas la densité initiale froide. Au voisinage du front d'ions, se dessine alors une gaine de Debye « chaude » visible autour de la position  $x \simeq 237\lambda_{D0}$  sur la figure 2.8(a). La densité qui suit globalement la densité électronique est donc caractérisée par deux longueurs de gradient. On note que le profil de la partie chaude est semblable à celui obtenu dans le cas d'une expansion à une température électronique et que l'onde de raréfaction n'a pas encore atteint le centre de la cible. En présence de deux types d'électrons, la vitesse acoustique ionique est définie par

$$c_S = \sqrt{\frac{n_{0h} + n_{0c}}{m_i(n_{0h}/k_B T_h + n_{0c}/k_B T_c)}}. \quad (2.36)$$

Ce résultat provient d'un calcul perturbatif standard dans l'approximation quasi-neutre. Nos hypothèses d'étude  $n_{0c} \gg n_{0h}$  et  $T_h \gg T_c$ , qui demeurent encore valide au temps  $\omega_{pi}t = 50$ , simplifient considérablement l'expression ci-dessus qui se réduit à  $c_S \simeq \sqrt{k_B T_c/m_i}$ . On comprend alors que l'onde de rarefaction, principalement régie par la population froide, se propage « lentement ». La figure 2.8(b) montre le profil spatial du champ électrique au temps  $\omega_{pi}t = 50$ . On observe deux pics de champ distincts situés respectivement en  $x \simeq 15.6\lambda_{D0}$  et  $x = x_f \simeq 237\lambda_{D0}$ . Ces pics sont associés aux gaines de Debye « froide » et « chaude ». L'analyse qualitative de la largeur et de l'amplitude de ces pics s'avère simple en observant la figure 2.9(a), retraçant l'évolution temporelle des deux températures électroniques. A  $\omega_{pi}t = 50$ , le rapport entre les deux températures  $T_h/T_c \simeq 60$  permet de déduire celui des deux longueurs de Debye associées aux gaines,  $\lambda_{Dh}/\lambda_{Dc} = \sqrt{T_h n_c/T_c n_h} \gg 1$ .

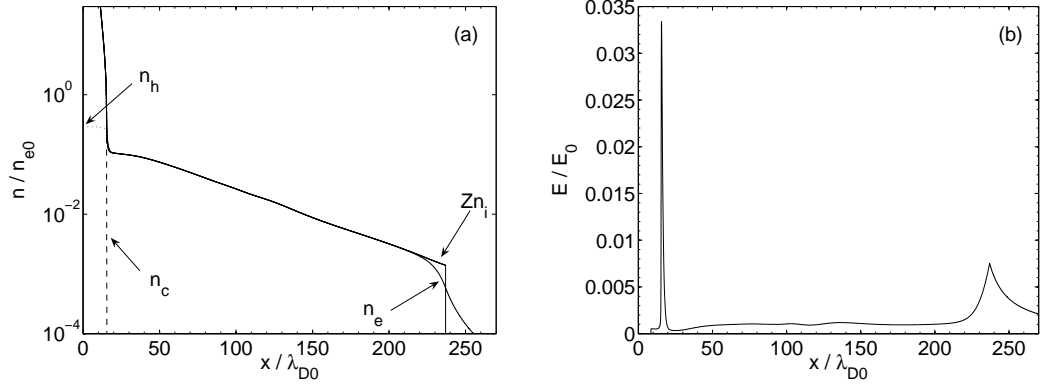


FIG. 2.8 – (a) : densités ionique et électroniques en fonction de l'espace normalisées à la densité  $n_{e0} = n_{0h}$ ; (b) : champ électrique en fonction de l'espace normalisé à  $E_0 = \sqrt{n_{0h}k_B T_{0h}/\epsilon_0}$ . Ces profils sont pris à  $\omega_{pi}t = 50$  et correspondent à une expansion de plasma à deux populations électroniques. La longueur initial de la cible est  $L = 20\lambda_{D0}$ , les rapport initiaux des températures et des densités sont  $T_{0h}/T_{0c} = 880$  et  $n_{0c}/n_{0h} = 200$ .

L'amplitude du premier pic de champ électrique reste plus prononcé du fait de la lente décroissance de la température froide. Nous avons représenté la vitesse du front ionique sur la figure 2.9(b) pour le cas à deux températures en trait continu et pour le cas standard en trait pointillé. L'énergie totale du plasma est identique dans les deux simulations. On constate que les deux vitesses du front ionique restent très proches au cours du temps et on mesure une différence n'excédant pas 5% à  $\omega_{pi}t = 200$ . Cette observation nous montre que le rajout d'une composante froide ne modifie pas l'expansion du front ionique qui se trouve essentiellement régie par la composante chaude du gaz d'électrons. La figure 2.10 montre le spectre ionique des vitesses à  $\omega_{pi}t = 200$  qui présente, dans la majeure partie de l'espace des vitesses, une forme identique à celle obtenue dans le cas standard [voir figure 2.6]. Conformément à notre remarque précédente, l'expansion ionique « rapide » est déterminée par la population électronique chaude. On pourra également noter le creux dans le spectre observé expérimentalement, autour de  $v \simeq 0.25c_{s0}$ ; celui-ci reste néanmoins moins profond et moins large que ne le prédit la solution auto-semblable de [Wickens *et al.* 1978].

Nous avons vu dans ce chapitre la physique d'un modèle adiabatique d'une expansion de plasma dans le vide. Nous avons également confronté nos résultats avec ceux du modèle isotherme; cependant l'usage d'un de ces modèles dans le but d'une comparaison expérimentale n'a pas encore été établi. Un paramètre essentiel, introduit par [Mora(1) 2005], est le rapport entre la durée de l'impulsion laser  $t_l$  et le temps  $t_e$  mis par les électrons chauds, créés au devant de la cible, pour l'envahir totalement. Pour une intensité laser

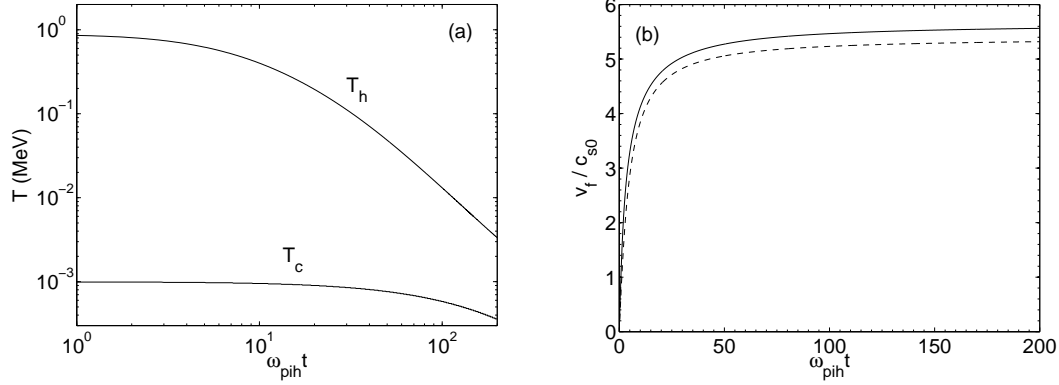


FIG. 2.9 – (a) : Evolution des températures électroniques  $T_h$  et  $T_c$  en fonction du temps, (b) : vitesse du front ionique normalisée à  $c_{s0} = \sqrt{k_B T_0 / m_i}$  en fonction du temps, la courbe en trait continu correspond à une expansion de plasma à deux populations électroniques et la courbe en pointillé au cas standard.

$I \gtrsim 10^{18} \text{W.cm}^{-2}$ , les électrons sont rapidement portés en régime relativiste  $\langle v_e \rangle \simeq c$  et on peut poser :  $t_e \simeq 2L/c$ . Ce temps  $t_e$  est typiquement de l'ordre de la durée d'une impulsion courte pour des cibles de quelques dizaines de microns. Lorsque  $t_l \ll t_e$ , le paquet électrons chauds produit par le laser ne peut occuper l'ensemble de la cible et n'interagit donc qu'avec l'arrière de la cible ; le modèle isotherme est applicable mais n'est valide que jusqu'au temps  $t = t_l$ . Si les deux temps sont proches  $t_e \simeq t_l$ , les électrons comblent la cible et le modèle adiabatique devient adéquat pour décrire la physique de l'expansion. Enfin le cas  $t_l > t_e$  correspond à une situation dans laquelle une source d'énergie est présente durant le début de l'expansion ; le modèle adiabatique est certes applicable mais il convient de compléter le modèle en ajoutant un terme modélisant la source dans la partie droite de l'équation de conservation de l'énergie (2.9).



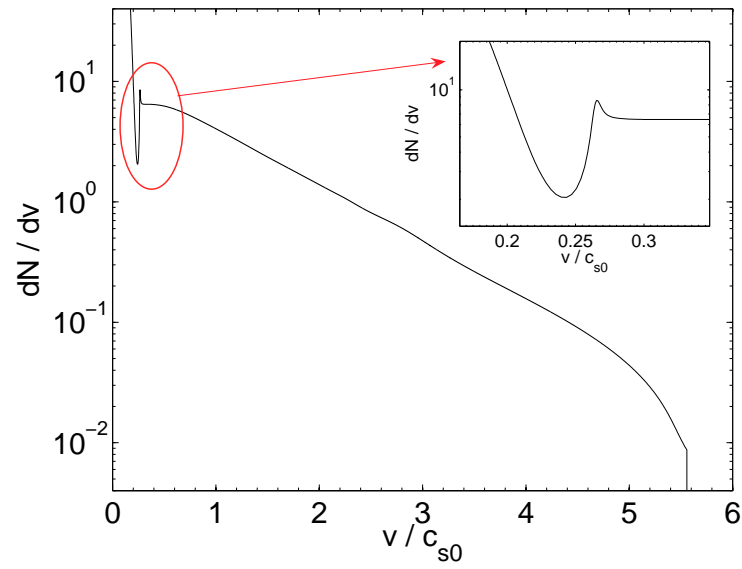


FIG. 2.10 – Spectre en vitesse à  $\omega_{pi}t = 200$  dans le cas d'une double population électronique.

# Chapitre 3

## Sondage de champ électrique par faisceaux de protons

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Radiographie de protons . . . . .</b>	<b>57</b>
3.1.1	Contexte . . . . .	57
3.1.2	Principe . . . . .	58
3.1.3	Mesures des champs . . . . .	60
3.1.4	Détecteur RCF . . . . .	62
<b>3.2</b>	<b>Sondage de champ électrique associé à la dé-</b>	
	<b>tente de plasma . . . . .</b>	<b>63</b>
3.2.1	Dipositif expérimental . . . . .	63
3.2.2	Résultats expérimentaux . . . . .	64
<b>3.3</b>	<b>Modélisation de l'expérience . . . . .</b>	<b>66</b>
3.3.1	Expansion du plasma . . . . .	66
3.3.2	Description du programme . . . . .	70
3.3.3	Résultats numériques . . . . .	73

---

### 3.1 Radiographie de protons

#### 3.1.1 Contexte

Nous venons de voir plusieurs modèles théoriques d'accélération de protons dans les expansions de plasma dans le vide. De tels faisceaux de protons sont générés à l'arrière de cibles solides irradiées par des lasers délivrant des impulsions ultra-brèves ( $\tau < 1$  ps) et de haute énergie ( $\mathcal{E} \gg 1$  J). L'énergie thermique électronique initiale, dépendant de l'intensité du laser incident, constitue la réserve énergétique à l'accélération des protons dont la largeur du spectre peut atteindre quelques dizaines de MeV. Ces faisceaux

de protons présentent en général le double intérêt d'être naturellement déviés par les champs électriques et de déposer leur énergie dans la matière dans des volumes restreints. Ce type de faisceaux possède des caractéristiques avantageuses : les protons sont émis pendant une courte durée, de l'ordre de quelques picosecondes, et ont une faible divergence. Ces caractéristiques permettent d'envisager l'utilisation de ces faisceaux comme outil de diagnostic comme la radiographie de champ électrique de forte amplitude et évoluant rapidement dans le temps. Le laboratoire du LULI a monté une expérience basée sur cette technique de radiographie de champ en sondant les champs associés à l'accélération de ces mêmes protons. Le dispositif expérimental permet ainsi de sonder le champ électrostatique du plasma en expansion en envoyant un faisceau de protons transversalement à la direction de la détente. Nous nous proposons dans ce chapitre d'éprouver la validité des modèles théoriques précédemment décrits. Après un rappel détaillé des techniques expérimentales de radiographie, seront présentés les résultats des simulations de protons tests passant dans la zone de champ, en utilisant le code hybride de [Mora(1) 2005] comme modèle de d'expansion de plasma, afin d'établir une comparaison avec les résultats expérimentaux.

### 3.1.2 Principe

La figure 3.1 illustre un montage expérimental de sondage par faisceau de protons. Un laser intense est focalisé sur une cible métallique (cible 1) afin de générer le faisceau de protons. Ce premier faisceau est utilisé comme une source de particules chargées sensible au champ électrique d'un plasma en expansion issu d'une autre cible irradiée (cible 2). Ce dispositif expérimental se prête à deux types de diagnostics proches. Le premier diagnostic ne requiert qu'un détecteur RCF afin de capter les protons du faisceau sonde. Cette technique, l'imagerie par protons, permet d'obtenir une projection de la région sondée qui reflète la distribution des gradients de champ. Une deuxième technique semblable propose d'insérer une grille entre la cible 1 et la cible d'interaction afin d'imprimer un motif périodique sur la section du faisceau sondeur. Dans ce cas, l'intensité moyenne du champ électrique est déduit des déflexions des protons qui sont directement mesurées à partir des déformations de la grille. La qualité et la précision de ce type de technique dépendent cependant de plusieurs conditions que le faisceau sonde doit vérifier.

D'une part, cette technique utilise le fait que le faisceau sonde, dont la laminarité a été déjà révélée par les travaux de [Borghesi *et al.* 2004] et [Cowan *et al.* 2004], et bien qu'étendu spatialement, peut être considéré comme émergeant d'une source ponctuelle. La projection d'une région sondée est alors obtenue avec un grandissement géométrique donné par :

$$M = \frac{l_s + l + L}{l + l_s} \simeq \frac{l + L}{l}, \quad (3.1)$$

où  $l_s$  est la distance entre la source virtuelle et la cible 1,  $l$  la distance de la

cible 1 à la cible d'interaction éloignée d'une longueur  $L$  des détecteurs. La longueur  $l_s$  est ordinairement de l'ordre de la dizaine à la centaine de microns et pour une expérience semblable au montage de la figure 3.1,  $l=2$  mm et  $L=28$  mm.

D'autre part, il est nécessaire que le spectre énergétique du faisceau de protons sonde soit le plus large possible. En effet un tel dispositif expérimental englobe une résolution temporelle puisque des protons de différentes énergies atteignent et sondent le plasma à des temps différents. En employant un détecteur sensible aux multiples composantes spectrales du faisceau, on obtient ainsi la contribution des composantes qui correspondent chacune à un temps de sondage différent. L'avantage indéniable de cette technique réside donc dans une résolution temporelle de la structure sondée en un seul tir laser.

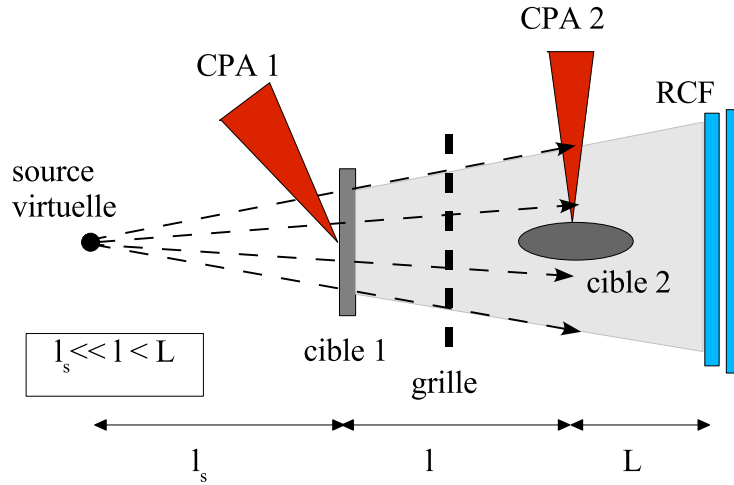


FIG. 3.1 – Montage expérimental d'une technique de sondage par faisceau de protons. Une grille est insérée entre les deux cibles dans la cas de déflectométrie par protons. Note : les échelles de longueur ne sont pas respectées sur le schéma.

Enfin notons que le faisceau de protons est neutralisé par un nuage d'électrons se propageant avec le faisceau. Cette structure électronique est susceptible d'être déviée par le champ du plasma, créant ainsi une charge d'espace perturbatrice pour le champ électrique sondé. Nous avons estimé que ce nuage ne pouvait écranter les champs détectés puisque la longueur de Debye locale du faisceau au niveau de la cible 2 reste de dimension très supérieure aux échelles caractéristiques du champ.

### 3.1.3 Mesures des champs

La mesure des champs sondés est basée sur la déflexion subie par un faisceau de particules chargées lors de sa traversée d'un champ électromagnétique. Notre étude étant purement de nature électrostatique, le champ magnétique est supposé nul.

Un proton test traversant une distribution de champ électrique d'extension finie  $b$  acquiert une vitesse transverse :

$$\delta \mathbf{v}_\perp = \frac{e}{m_p} \int \mathbf{E}_\perp dt \simeq \frac{e}{m_p v_p} \int_b \mathbf{E}_\perp dx, \quad (3.2)$$

en supposant que le mouvement transverse du protons soit négligeable comparé au mouvement longitudinal

$$v_x = \frac{dx}{dt} \simeq v_p. \quad (3.3)$$

Cela revient à faire l'hypothèse d'une déflexion de petit angle. Le déplacement transverse  $\xi_\perp$  après avoir parcouru la distance  $L$  de la région du champ au détecteur vaut :

$$\xi_\perp \simeq \Delta \mathbf{v}_\perp \Delta t \simeq \frac{eL}{2\mathcal{E}_p} \int_b \mathbf{E}_\perp dx = \frac{eLb}{2\mathcal{E}_p} \langle \mathbf{E}_\perp \rangle_b, \quad (3.4)$$

où  $\Delta t \simeq L/v_p$  est le temps de vol du proton et  $\mathcal{E}_p$  son énergie cinétique initiale. Expérimentalement, les déplacements  $\xi_\perp$  sont mesurés à partir des déformations de l'impression de la grille. Cette technique permet ainsi de fournir une carte de la distribution des champs détectés ainsi qu'une estimation de leurs valeurs moyennes.

Il est également possible de détecter la présence des gradients du champ. En effet les trajectoires des protons du faisceau sonde sont d'autant plus défléchies que l'amplitude du champ est importante ; ceci provoque des modulations de densités sur la section du faisceau imprimée sur le détecteur. Si les trajectoires des protons ne se croisent pas, la densité protonique sur le plan du détecteur  $n$  est reliée à la densité initiale  $n_0$  (avant avoir traversée la zone de champ) par :

$$n = \frac{dN}{dS} = \frac{dN}{|\mathcal{J}|dS_0} = \frac{n_0}{|\mathcal{J}|}, \quad (3.5)$$

où  $dS_0$  et  $dS$  désignent les surfaces infinitésimales des plans  $(y, z)$  situés respectivement avant la zone de champ et sur le détecteur et  $|\mathcal{J}|$  le jacobien de la transformation. La trajectoire d'un proton test dans une coupe  $(x, y)$  de l'espace est illustré sur la figure 3.2. Les coordonnées, sur le détecteur, des protons d'un faisceau divergent ayant comme position initiale  $(y_0, z_0)$  sont :

$$\begin{cases} y = My_0 + \xi_y(y_0, z_0) \\ z = Mz_0 + \xi_z(y_0, z_0), \end{cases} \quad (3.6)$$

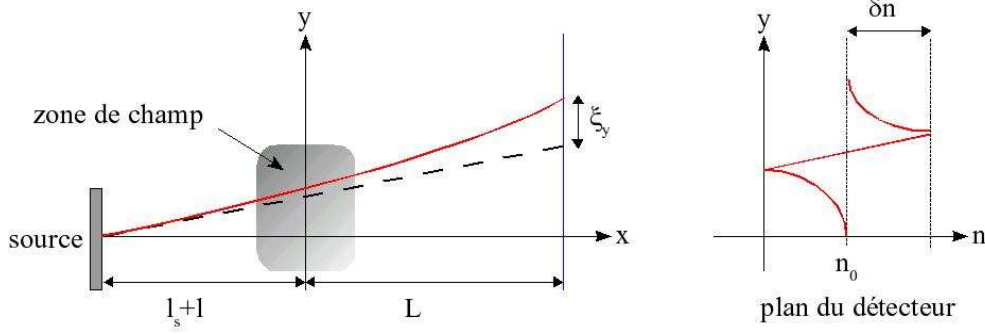


FIG. 3.2 – schéma représentant la trajectoire perturbée d'un proton test traversant une zone de champ. La présence de gradient de champ a pour conséquence d'éloigner et/ou de rapprocher des trajectoires causant des modulations de densités de la section du faisceau imprimée sur le détecteur.

où  $M$  est l'agrandissement dû à la divergence définie par l'équation (3.1). On en déduit alors la valeur du jacobien avec l'hypothèse de petites déflexions :

$$|\mathcal{J}| = \det \begin{pmatrix} M + \frac{\partial \xi_y}{\partial y_0} & \frac{\partial \xi_y}{\partial z_0} \\ \frac{\partial \xi_z}{\partial y_0} & M + \frac{\partial \xi_z}{\partial z_0} \end{pmatrix} \simeq M^2 + M \nabla_{\perp 0} \cdot \xi_{\perp}, \quad (3.7)$$

avec  $\nabla_{\perp 0} \cdot \xi_{\perp} = \partial \xi_y / \partial y_0 + \partial \xi_z / \partial z_0$  représentant la divergence transverse prise par rapport aux coordonnées initiales. La densité sur le plan du détecteur s'écrit alors avec la même approximation

$$n \simeq \frac{n_0}{M^2} \left( 1 - \frac{1}{M} \nabla_{\perp 0} \cdot \xi_{\perp} \right). \quad (3.8)$$

La modulation de densité  $\delta n = n - n_0/M^2$  visible sur le plan du détecteur est ainsi directement reliée à la divergence du champ électrique :

$$\frac{\delta n}{n_0} \simeq -\frac{eLb}{2\mathcal{E}_p M^3} \langle \nabla_{\perp 0} \cdot \mathbf{E}_{\perp} \rangle_b = -\frac{eLb}{2\mathcal{E}_p M^3 \epsilon_0} \langle \rho \rangle_b. \quad (3.9)$$

La modulation de densité  $\delta n/n_0$  est directement mesurée sur le détecteur et nous comprenons alors que la carte de modulation de densité correspond à une carte de la divergence du champ (ou de la densité de charges).

Les techniques de sondage par faisceau de protons permettent donc une mesure de l'amplitude des champs traversés ainsi qu'une estimation de leur profil spatial. La sensibilité de cette technique est définie par la déflexion minimum mesurable sur les déformations de la grille ainsi que par la modulation de densité minimum détectable. Deux éléments rentrent en compétition dans la détermination de la résolution spatiale : la taille de la source virtuelle, généralement inférieure à la dizaine de microns et la diffusion latérale des protons

dans le détecteur, allant jusqu'à la centaine de microns. Un agrandissement de  $M \sim 10$  correspondant aux longueurs caractéristiques de la figure 3.1 donne une résolution spatiale de l'ordre du micron. Trois éléments sont à l'origine de la résolution temporelle de cette technique : la durée de vie du faisceau sonde, le temps de vol des protons à travers la structure sondée et la résolution temporelle intrinsèque du détecteur. Bien que jamais réellement mesurée, la durée de vie du faisceau ne demeure pas un fort facteur limitant. Le temps de vol des protons dépend évidemment de l'énergie des protons considérés et de la dimension de la structure sondée. Le faisceau n'étant pas monoénergétique, seul les protons les plus lents captés par le détecteur peuvent constituer un facteur limitant. Nous citons par exemple que le temps de transit d'un proton d'une énergie de 10 MeV sera d'une dizaine de picosecondes pour traverser des zones de champ d'une centaine de microns. Nous verrons enfin par la suite que le type de détecteur utilisé pour ce type d'expérience possède une résolution de quelques picosecondes.

### 3.1.4 Détecteur RCF

Les caractéristiques des protons du faisceau sonde (résolution spatiale et temporelle) que nous venons de voir peuvent être détectées à l'aide de films radiochromiques (RCF). Ces films RCF sont des matériaux plastiques comprenant des couches de composants sensibles au dépôt d'énergie des protons. Lorsque ces composants sont exposés, leur transparence initiale disparaît et se développe alors sur leurs surfaces une couleur bleu dont l'intensité dépend du taux d'énergie absorbé par le film. Les composants actifs des couches sont des monomères microcristallins dispersés dans une matrice de gélatine. Lorsque le composant monomérique est exposé à des radiations ionisantes, s'initie alors une réaction de polymérisation qui produit des polymères teintés. Les polymères étant par nature des colorants, l'exposition provoque la coloration des films. De plus amples détails sur la structure chimique de ces films sont disponibles sur le site de [International Specialty Products]. Une disposition en multi-couches des films RCF confère au détecteur une capacité de résolution spectrale. Les protons de haute énergie pénètrent plus profondément dans la structure composée de couches successives de films RCF et déposent leurs énergies conformément à la loi du pic de Bragg. Dans ce cas, chaque film agit comme un filtre pour les suivants et sélectionne énergétiquement les protons dont le pic de Bragg se situe dans la couche sensible. La figure 3.3 montre l'énergie absorbée par chaque film RCF en fonction de l'énergie incidente des protons. La courbe dont le pic est situé à gauche correspond au premier film et la courbe à droite, au dernier film du détecteur. Il est possible de définir une sensibilité énergétique pour chaque film, correspondant aux différents pics. La figure 3.3 montre par exemple que les protons d'énergie incidente de 3 MeV déposeront essentiellement leur énergie dans le deuxième film RCF.

La combinaison des différents temps de vol des protons avec la résolution spectrale des films RCF permet de constituer une sorte de film de la structure

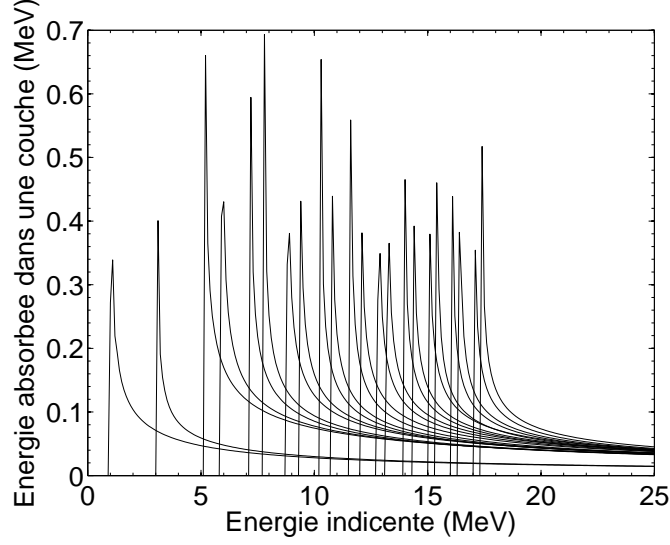


FIG. 3.3 – Les courbes représentent l'énergie absorbée dans chaque film RCF en fonction de l'énergie incidente des protons.

sondée en un seul tir laser. Comme nous l'avons déjà précisé, le temps  $t_v$  que met un proton du faisceau à atteindre la cible d'interaction depuis sa source dépend de son énergie initiale :

$$t_v = l \sqrt{\frac{m_p}{2\mathcal{E}_p}}. \quad (3.10)$$

Sachant que chacune des couches est sensible à une énergie, il existe donc une relation univoque entre un film donné et un temps de sondage de la structure. Le temps de sondage étant donné par la somme du temps de vol et du délai entre le laser générant le faisceau et celui irradiant la cible d'interaction. Nous en déduisons que l'ensemble des films RCF reconstitue alors le film de la dynamique du champ sondé.

## 3.2 Sondage de champ électrique associé à la détente de plasma

### 3.2.1 Dipositif expérimental

L'expérience de radiographie de champ a été effectuée avec le laser 100 TW du laboratoire du LULI. Deux faisceaux laser d'environ 15-20 J et de longueur d'onde  $\lambda = 1\mu m$  ont été comprimés par la méthode CPA (Chirped Pulse Amplification) à une durée de 320 fs pour le faisceau 1 (faisceau de sondage) et de 1,5 ps pour le faisceau 2 (faisceau d'interaction). Ce dispositif



expérimental est visible sur la figure 3.4. Les deux lasers sont disposés de manière orthogonale. Les protons sonde sont générés par le faisceau CPA<sub>1</sub>, focalisé sur une cible en or de 10 microns d'épaisseur ; le plasma se détend en face arrière d'une cible d'aluminium de 40 microns irradiée par le faisceau CPA<sub>2</sub>. L'intensité respective des deux laser est de  $5.10^{19} \text{ W.cm}^{-2}$  pour le CPA<sub>1</sub> et de  $4.10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$  pour le CPA<sub>2</sub>. La distance  $l$  entre la cible 1 et la cible d'interaction est de 2 mm, tandis que la distance  $L$  entre la cible d'interaction et le détecteur est de 28 mm ; on en déduit un grandissement de  $M = (L + l)/l \simeq 15$ . La cible d'interaction a été courbée, comme l'article [Borghesi *et al.* 2003] le suggère, afin de minimiser les effets de charge de surface, lesquels auraient nui à un sondage des protons proche de la cible. Le rayon de courbure de la cible a été mesuré avant chaque tir laser et vaut approximativement 300 microns. Rappelons qu'une des techniques de radiographie nécessite l'ajout d'une grille derrière la cible d'or qui imprime un motif régulier sur la section du faisceau sonde. La grille, en cuivre, placée à 1 mm de la cible 1, a un pas de 17 microns. Conformément au principe de technique de radiographie, les protons sont collectés sur un détecteur composé de couches successives de films RCF. La résolution temporelle, définie par le temps de transit des protons à travers la structure sondée, est typiquement de 1 à 10 ps dans cette expérience. La mesure expérimentale de l'énergie de coupure du spectre des protons générés par la cible d'aluminium,  $\mathcal{E}_{cut-off} = 8 \text{ MeV}$ , ainsi que la distance  $l$  détermine enfin un temps maximum de sondage d'environ 50 ps.

### 3.2.2 Résultats expérimentaux

Les figures 3.5 représentent les différents films RCF du détecteur retraçant la dynamique du champ électrique sondé. La figure 3.5(a) est le résultat de la technique d'imagerie par protons illustrant les modulations de densité des protons collectés. Ce premier diagnostic est complété par les données de la figure 3.5(b) qui quantifient par l'ajout d'une grille les déflexions des protons du faisceau sonde. Le temps figurant en dessous des films RCF représente le temps d'expansion du plasma sondé. Il est calculé à partir des dimensions du dispositif expérimental et de l'énergie des protons du faisceau sonde collectés sur les films RCF2. La correspondance entre les énergies détectées et les temps de sondage est donné dans le tableau de la figure 3.5. A partir du temps  $t \geq 3 \text{ ps}$ , on observe que les impacts des protons tests sur les films forment une structure en « lobe » qui s'accroît avec le temps transversalement et longitudinalement. Le bord de cette structure est défini par une zone de surdensité (zone d'ombre sur la figure 3.5(a)) qui correspond à une accumulation de protons. Sur la figure 3.5(b), on note que ce bord est nettement marqué par une déformation brusque de la grille. Les lignes verticales sont d'autant plus décalées que l'on se rapproche du bord alors que celles situées en dehors de la structure en « lobe » ne semblent pas déviées.

Ces deux types de diagnostics nous permettent d'une part de réaliser une analyse qualitative de la forme du champ électrique associé aux déflexions et

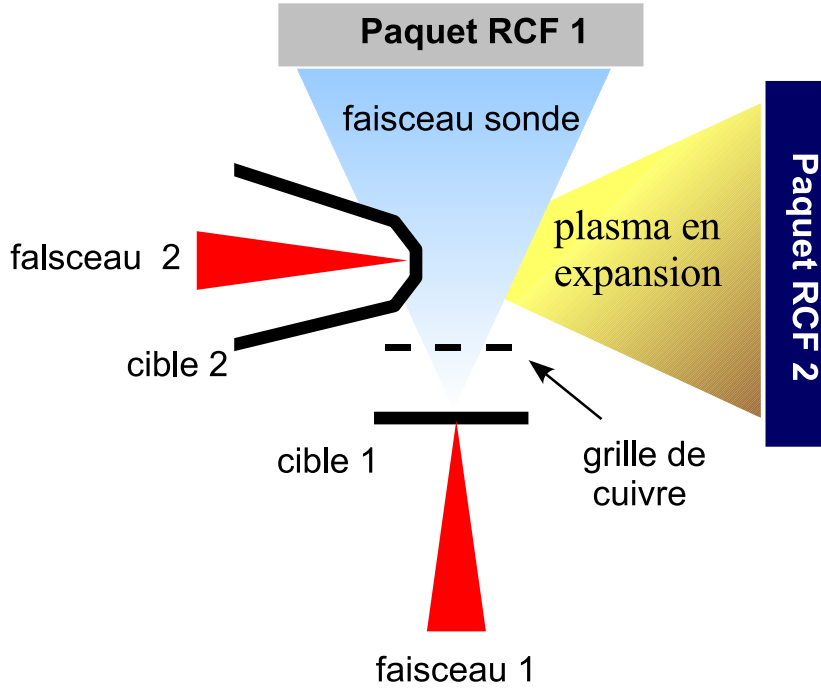
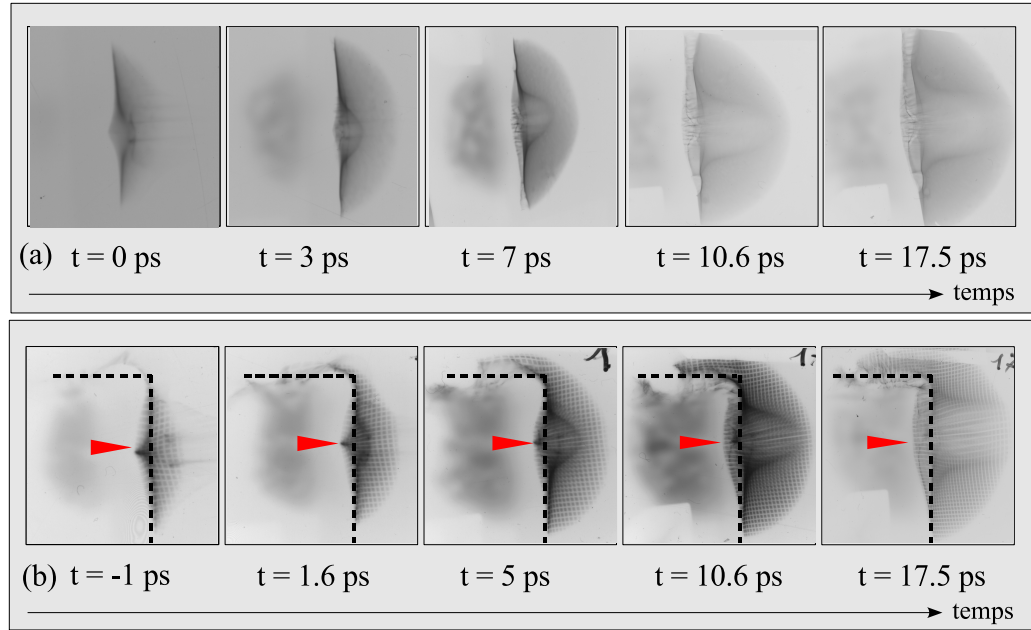


FIG. 3.4 – schéma de l'expérience de sondage de champs ; le faisceau laser 2 génère un champ en face arrière de la cible qui est sondé par un faisceau de protons émis de la cible 1 ; le paquet RCF 1 collecte les protons du faisceau sonde.

d'autre part d'obtenir une estimation de l'intensité du champ d'après la mesure des déformations de la grille. La technique d'imagerie par protons, comme nous l'avons préalablement énoncé, est basée sur le fait que les modulations de densité visibles sur les films sont reliées au gradient du champ électrique, selon l'expression (3.9). De ce fait, l'accumulation de protons dans la zone de surdensité traduit la présence d'un fort gradient de champ électrique. L'intensité de cette zone diminue au cours du temps et révèle l'accroissement de la longueur de gradient du champ. Inversement, l'absence de zone perturbée au delà de la structure suggère l'existence d'un champ électrique presque homogène. Le lobe surdense visible sur l'ensemble des films RCF pourrait ainsi être une signature du front d'ions auquel est associé le pic du champ électrique. Les déformations de grille de la figure 3.5(b) corroborent nos précédentes déductions et nous permettent de calculer, à un temps de sondage donné, une approximation de la moyenne de l'intensité du champ grâce à la formule (3.4). Sur le film correspondant au temps  $t = 10.6$  ps, la déformation verticale maximum (sommet du lobe) mesurée vaut  $\xi \simeq 0.5$  mm. Dans cette expérience la zone de champ  $b$ , que traversent les particules tests, est évaluée à une centaine de microns et la distance jusqu'au détecteur à  $L = 28$  mm. Le



Energie (MeV)	11.3	10.1	9.5	8.8	8.1	7.3	5.7
Temps (ps)	-1	1.6	3	5	7	10.6	17.5

FIG. 3.5 – Séries des films RCF2 générés pendant un tir laser. La série (a) correspond à une expérience d'imagerie par protons et la série (b) à une expérience où une grille a été rajoutée. Sur la figure (b) est représenté le bord de la cible 2 en trait discontinu ainsi que l'endroit où est focalisé le laser. Le temps figurant en dessous des films indique le temps d'expansion du plasma, sachant que le temps initial est pris quand le laser irradie la cible 2. Ce temps de sondage correspond directement à l'énergie des protons du faisceau 1 collectés sur les films RCF2.

tableau de la figure 3.5 indique qu'un tel temps de sondage correspond à des protons de  $\mathcal{E}_p = 7.3$  MeV. Nous en déduisons un champ électrique moyen de  $\langle E \rangle = 2\mathcal{E}_p\xi/eLb \simeq 2.6 \times 10^9$  V/m.

### 3.3 Modélisation de l'expérience

#### 3.3.1 Expansion du plasma

L'objectif est désormais d'effectuer une comparaison entre les résultats expérimentaux et les modèles théoriques dont nous disposons. Les codes de simulation que nous avons décrits dans les chapitres antérieurs vont être utilisés dans le but d'une vérification *a posteriori* des modèles de détentes de plasma. Nous pourrions ainsi apprécier les estimations de champ électrique et nous assurer que les images des films RCF peuvent être reproduites par un

code de simulation du sondage par faisceau de protons.

## Hypothèses

Il s'agit dans un premier lieu de déterminer le type de modèle approprié à cette expérience. Pour ceci, nous pouvons utiliser le critère de [Mora(1) 2005] mentionné au chapitre 2 qui définit la pertinence des modèles adiabatique et isotherme. Il suffit alors de comparer le temps  $t_e$  que met la population électronique « chaude » à envahir la cible avec la durée d'impulsion laser  $t_l$ . Dans notre cas l'épaisseur vaut  $L = 40\mu m$ , ce qui implique  $t_e = 2L/c \simeq 266$  fs et  $t_l = 1.5$  ps. La comparaison des deux temps montre que les électrons comblent rapidement la cible, ce qui nous autorise logiquement à utiliser le modèle adiabatique doté d'une source de chaleur supplémentaire afin de tenir compte de l'influence de la durée de l'impulsion. Nous ne connaissons pas *a priori* la manière dont évolue la température électronique dans la cible ; sachant que les deux temps restent d'un ordre de grandeur voisin, le modèle adiabatique sera appliqué sans source extérieure. Cela revient à considérer une impulsion plus brève.

Nous faisons l'hypothèse d'une cible ne comptant, avant l'expansion, qu'une seule espèce d'ions, des protons ( $m_i \simeq 1836m_e$ ,  $Z = 1$ ) initialement froids et de vitesse nulle. La densité initiale des protons vaut  $n_i(x, t = 0) = n_{i0}$  dans la cible et est nulle à l'extérieur. La fonction de distribution électronique est supposée maxwellienne à tout instant et ne comporte qu'une seule température électronique. Nous avons cependant vérifié que le choix d'une distribution à deux températures (rajout d'une composante froide) ne modifiait pas les résultats puisque nous avons vu que le mécanisme d'accélération était dominé par les électrons chauds.

## Détermination des paramètres initiaux : $n_{e0}$ et $T_{e0}$

Dans le cas du modèle adiabatique standard (une température électronique), la vitesse maximale finale du spectre ionique est donnée par la formule (2.27) pour des épaisseurs de cible  $L \gg \lambda_{D0}$ . Pour une vitesse finale donnée, il existe donc une infinité de couple  $(n_{e0}, T_{e0})$  correspondant à cette valeur. Les deux paramètres sont liés d'après la formule (2.27) par :

$$n_{e0} = T_{e0} \left[ \frac{\left( \exp\left(\frac{v_{finale}}{2} \sqrt{\frac{m_i}{k_B T_{e0}}} \right) - C_2 \right) \sqrt{\epsilon_0 k_B}}{e C_1 L} \right]^2, \quad (3.11)$$

où les constantes  $C_1$  et  $C_2$  dépendent de l'équation d'état des électrons. Le choix d'un des paramètres initiaux permet alors de déterminer l'autre ou inversement. Dans leur article, [Wilks *et al.* 1992] étudie l'absorption d'impulsions laser ultra-intenses dans les plasmas. Pour des intensités laser supérieures à  $10^{18}$  W.cm<sup>-2</sup>, une partie de l'énergie laser est transmise aux électrons dont la température s'avère alors proche du potentiel pondéromoteur.

La température électronique initiale est donnée par l'expression :

$$k_B T_{e0} \simeq m_e c^2 \left( \sqrt{1 + \frac{I \lambda^2}{1.37 \times 10^{18}}} - 1 \right). \quad (3.12)$$

Les auteurs soulignent néanmoins le caractère approximatif de cette expression. Dans notre expérience, l'intensité du laser 2 de  $I = 4 \times 10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$  avec une longueur d'onde  $\lambda = 1.057 \mu\text{m}$  conduit à une température de  $k_B T_{e0} \simeq 545 \text{ keV}$ .

Il est également possible d'estimer la densité électronique en face arrière de la cible qui ne peut dépasser la densité critique relativiste  $\gamma n_c$ , où  $\gamma = \sqrt{1 + I \lambda^2 / 1.37 \times 10^{18}}$  représente le facteur relativiste (la frontière d'opacité du plasma est déplacée vers les hautes densités en régime relativiste). La valeur de la densité électronique en face arrière résulte de la dilution des électrons chauds lorsque ceux-ci se propagent dans le cible. L'absorption de l'énergie laser par les électrons se situe en face avant de la cible. L'énergie convertie par unité de temps vaut  $\eta I \pi w^2$ , où  $\eta$  représente le coefficient d'absorption,  $I$  l'intensité laser et  $\pi w^2$  la tache focale. En outre, l'énergie par unité de temps qu'acquièrent les électrons chauds en face arrière vaut  $k_B T_{e0} n_{e0} v_e S$ , où  $k_B T_{e0}$  désigne l'énergie thermique électronique,  $n_{e0}$  la densité de la face arrière à déterminer,  $v_e \sim c$  la vitesse moyenne des électrons et  $S$  la surface d'où sortent les électrons chauds en face arrière. En égalant les deux expressions, la densité électronique est estimée à :

$$n_{e0} \simeq \frac{\eta I \pi w^2}{k_B T_{e0} c S}. \quad (3.13)$$

Notons que la surface  $S$  s'exprime en fonction de la tache focale :  $S = \pi(w + L \tan \alpha)^2$ , avec  $\alpha$  le demi-angle au sommet sur la figure 3.6 fait par le paquet d'électrons chauds dans la cible. [Wilks *et al.* 1992] mentionne un coefficient d'absorption de 10% ; en supposant un angle de diffusion de l'ordre de  $\alpha \sim 20^\circ$ , on estime alors la densité électronique à  $n_{e0} \simeq 2.85 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .

Il faut maintenant vérifier que ces estimations concordent avec l'expression (3.11) pour une valeur donnée de la vitesse finale. L'énergie maximale du spectre des protons accélérés du plasma sondé est de 8 MeV, ce qui correspond à une vitesse de  $v_{finale} \simeq 3.9 \times 10^7 \text{ m/s}$ . Les coefficients de l'expression (3.11) prennent comme valeurs respectives dans le cas non relativiste  $C_1 = 0.32$ ,  $C_2 = 4.2$  et  $C_1 = 0.44$ ,  $C_2 = 5$  dans le cas relativiste pour une température de  $T_{e0} \simeq 500 \text{ keV}$ . On trouve alors dans les deux cas (classique et relativiste) les couples  $(n_{e0} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}, T_{e0} = 500 \text{ keV})$  et  $(n_{e0} = 1.4 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}, T_{e0} = 500 \text{ keV})$  dont les valeurs sont semblables aux précédentes estimations pour cette vitesse finale.

L'analyse des films RCF a révélé que le lobe surdense pourrait être une signature de l'expansion du front d'ions du plasma. Nous avons donc réalisé plusieurs simulations se référant à différents couples de paramètres initiaux. La figure 3.7(a) illustre l'évolution temporelle du front d'ions provenant des

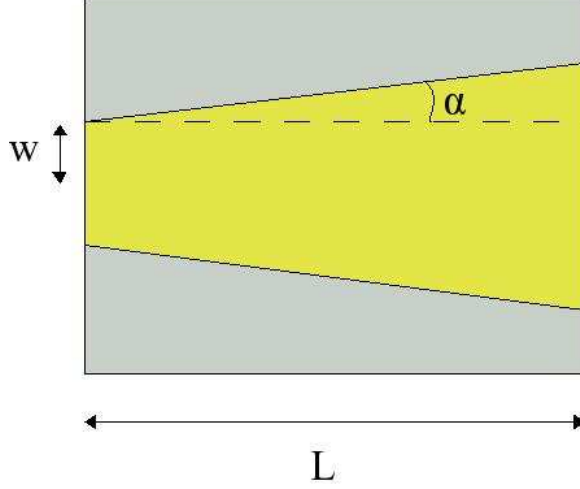


FIG. 3.6 – Schéma représentant le cône de propagation du paquet d'électrons chauds dans la cible ;  $\alpha$  désigne le demi-angle au sommet,  $L$  la largeur de la cible et  $w$  le rayon de la tache focale du laser.

simulations ainsi que la mesure expérimentale. Mentionnons que les valeurs du front d'ions expérimental ont été mesurées au sommet du lobe ; il convient alors pour les comparer aux valeurs numériques d'en retrancher la déformation relative à une ligne non perturbée et de tenir compte de l'agrandissement  $M \simeq 15$ . L'accord entre les résultats numériques et les mesures expérimentales s'avère être excellent. Bien que nous ne saurions affirmer que les résultats expérimentaux relèvent d'une précision inférieure à la dizaine de microns, notre code relativiste semble légèrement surestimer la position du front pour la densité électronique estimée. Nous avons également tracé l'évolution de la vitesse du front sur la figure 3.7(b). La mesure expérimentale résulte de la dérivée des points de la figure 3.7(a). Les simulations reproduisent convenablement les points expérimentaux. On peut noter que 70% de la vitesse finale est acquise pendant les deux premières picosecondes ; ceci confirme que la majeure partie de l'accélération des protons se produit avec le champ initial associé à la gaine non neutre de la face arrière de la cible. Nous avons enfin représenté sur la figure 3.8 le profil spatial du champ électrique du plasma sondé pour les temps  $t = 5$  ps et  $t = 10.6$  ps. Les prédictions faites à partir des films RCF semblent être en accord avec l'allure du profil numérique : une forte longueur de gradient de champ (pic du champ) est bien présente autour de la position du front d'ions. On remarque de plus que la valeur du pic numérique  $E_f \simeq 2 \times 10^9$  V/m à  $t = 10.6$  ps est proche de celle mesurée au même instant grâce aux déformations de grille  $E_{exp} \simeq 2.6 \times 10^9$  V/m.

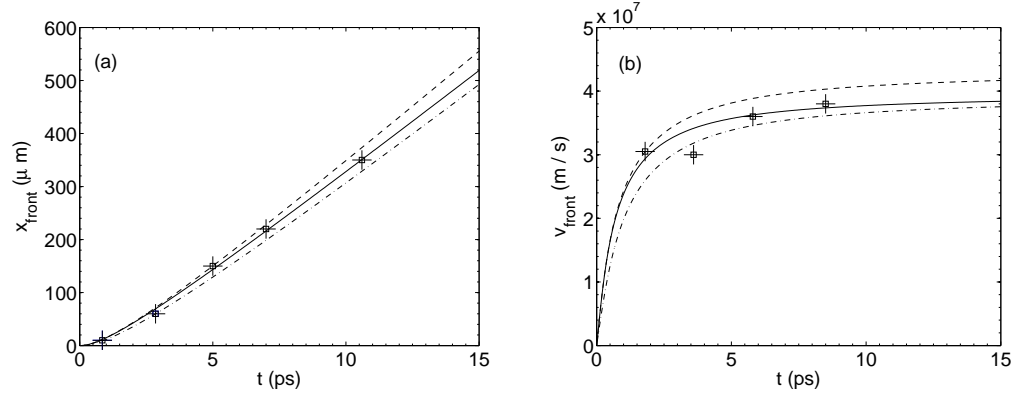


FIG. 3.7 – (a) : évolution temporelle du front d'ions ; (b) : évolution temporelle de la vitesse du front d'ions. En trait continu : simulation non relativiste pour une densité de  $n_{e0} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  ; tirets : simulation relativiste pour une densité de  $n_{e0} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  ; pointillés-tirets : simulation relativiste pour une densité de  $n_{e0} = 1.4 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . L'ensemble des simulations sont réalisées pour une température initiale de  $T_{e0} \simeq 500 \text{ keV}$ . Les croix indiquent les données expérimentales.

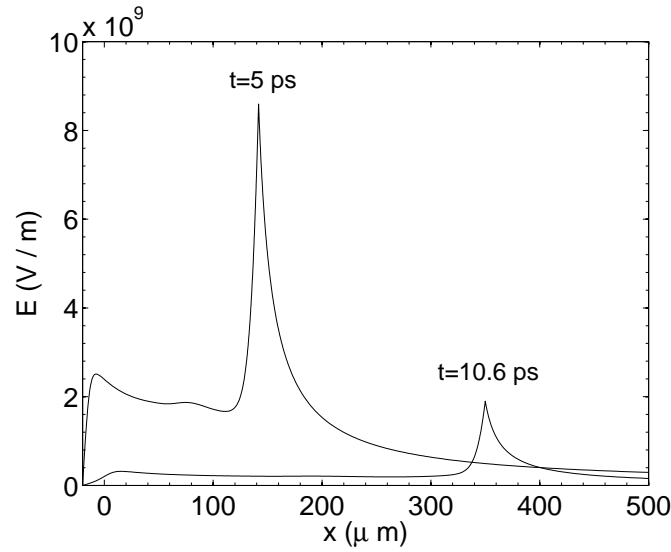


FIG. 3.8 – profil spatial du champ électrique du plasma sondé aux temps  $t = 5 \text{ ps}$  et  $t = 10.6 \text{ ps}$ .

### 3.3.2 Description du programme

Afin d'obtenir des informations plus précises sur les données expérimentales des films RCF concernant le profil du champ sondé, son évolution tem-

porelle ainsi que les valeurs des différentes régions du champ, nous avons réalisé une simulation de la technique de sondage par faisceau de protons. Les simulations sont réalisées en deux parties.

### Reconstruction du champ tridimensionnel

Nous obtenons premièrement le champ électrique du plasma sondé grâce au code lagrangien. Afin de modéliser une détente tridimensionnelle, nous avons été amenés à faire les hypothèses suivantes.

La géométrie du plasma est cylindrique, nous supposons qu'en chaque point du rayon, la détente est unidimensionnelle. L'expansion du plasma sondé ayant lieu suivant l'axe des  $x$  croissants, le rayon  $r$  se situe dans le plan  $(y, z)$ . Les paramètres physiques initiaux régissant la détente en  $r = 0$  sont ceux que nous avons déterminés précédemment : nous utilisons donc le couple  $(n_{e0} = 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}, T_{e0} = 500 \text{ keV})$  dans un cas non relativiste. Ces paramètres sont choisis en accord avec l'expérience et sont ajustés, comme nous l'avons vu, de façon à reproduire l'énergie de coupure du spectre expérimental ainsi que la position du front d'ions au cours du temps. La dépendance radiale de la détente est obtenue en admettant que la pression électronique est une fonction gaussienne du rayon  $r$ . En fait la température est supposée suivre une dépendance gaussienne, hypothèse qui nous permet de calculer le champ tridimensionnel  $\mathbf{E}(x, r, t)$  en effectuant une homothétie de l'amplitude du champ unidimensionnel  $E(x, t)$  et de l'axe de propagation  $x$  selon la longueur de Debye locale  $\lambda_D(r) = (\epsilon_0 k_B T_e(r) / n e^2)^{1/2}$ . Les mesures expérimentales indiquent que l'accélération des protons s'effectue dans un cône dont l'angle est de  $\beta_{max} \simeq 40^\circ$ . Le champ tridimensionnel s'écrit alors à tout instant :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, r, t) &= \sqrt{\frac{T_e(r)}{T_e(0)}} E\left(\frac{x}{\lambda_D(r)}, t\right) \left[ \cos\left(\frac{\beta(r)}{2}\right) \mathbf{e}_x + \sin\left(\frac{\beta(r)}{2}\right) \mathbf{e}_z \right] \\ \beta(r) &= \arcsin \left[ \frac{r}{\sqrt{(x - x_S)^2 + y^2 + z^2}} \right], \end{aligned} \quad (3.14)$$

où  $x_S$  désigne le point source virtuel. La figure 3.9 montre par un exemple qualitatif la manière dont s'effectue cette homothétie. Nous nous sommes enfin assurés que le cas où la densité électronique avait une dépendance radiale identique et où la température était fixée, conduisait à des résultats similaires.

### Modélisation du faisceau sonde

Le faisceau de protons qu'utilisent les expérimentateurs pour sonder le champ électrique du plasma en expansion provient d'une détente de plasma comme l'illustre la figure 3.4. Dans l'expérience, aucun appareil n'est ajouté afin d'isoler les protons des électrons se propageant également dans la détente. De simples considérations montrent qu'en plaçant la cible générant le



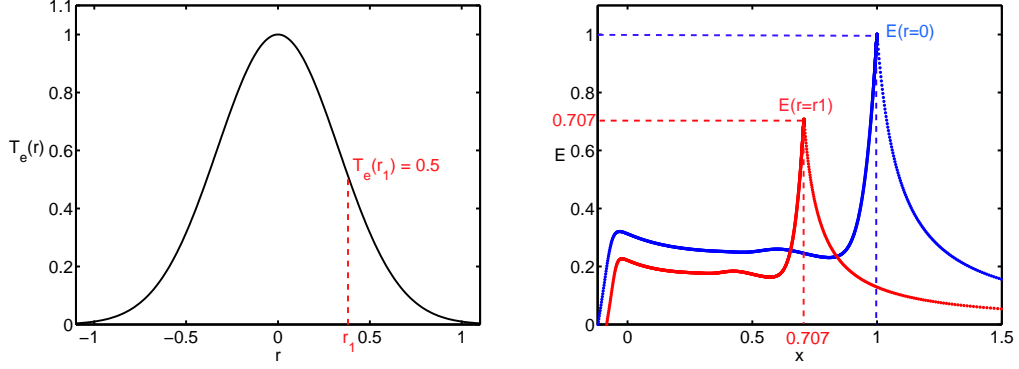


FIG. 3.9 – gauche : profil de température électronique normalisée à 1 en  $r = 0$  ; droite : illustration d’une homothétie du champ électrique correspondant au rayon  $r = r_1$ .

faisceau sonde à une distance suffisamment lointaine de la zone d’interaction, ces électrons, qui pénètrent également dans la zone, ne perturbent que de façon négligeable les mesures expérimentales. D’une part lorsque le faisceau sonde de protons atteint cette distance ( $\sim \text{mm}$ ), la densité associée n’est plus que de  $n \sim 10^{14} \text{cm}^{-3}$  ; il paraît alors peu dense lors de sa traversée. D’autre part, les électrons et les protons vont subir des déflexions opposées en entrant dans la structure du champ, causant une séparation de charge susceptible de perturber les mesures. Or le champ associé à cette séparation de charge  $E = en\xi_e d/\epsilon_0$ , avec  $d \simeq 700 \mu\text{m}$  la dimension latérale du faisceau et  $\xi_e \sim 400 \mu\text{m}$  la déflexion moyenne des électrons, est estimé à  $10^5 \text{ V/m}$  et s’avère peu important par rapport au champ sondé. On peut alors considérer que cet effet est négligeable et que les protons se propagent tel un faisceau « idéal ».

Dans notre programme, nous avons donc modélisé le faisceau comme un ensemble de particules chargées n’interagissant pas entre elles. En fait il suffit de pouvoir calculer les trajectoires balistiques des particules chargées dans un champ tridimensionnel et évoluant dans le temps. L’écriture d’un programme de simulation à trois dimensions de l’interaction de protons avec un champ électrique connu ne pose pas de problèmes particuliers. Il s’agit de résoudre le système d’équations différentielles du premier ordre :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}_j}{dt} &= \mathbf{v}_j \\ \frac{d\mathbf{v}_j}{dt} &= \frac{e\mathbf{E}(\mathbf{r}_j, t)}{m_p}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

où  $\mathbf{r}_j$  et  $\mathbf{v}_j$  désigne respectivement la position et la vitesse du  $j$ -ième proton du faisceau et  $\mathbf{E}$  le champ du plasma. L’intégration numérique du système d’équations (3.15) est réalisée à l’aide du schéma « saute-mouton » que nous

avons décrit dans le chapitre 1. Sachant que chaque film RCF est sensible à une gamme d'énergie qui correspond à un temps de sondage, nous ne simulons que le résultat d'un film à la fois. Le faisceau est en fait supposé monoénergétique pour un film donné ; nous jouons sur un délai qui ajuste l'arrivée du faisceau au centre de la structure sondée au temps de sondage voulu. La section du faisceau, se trouvant dans le plan  $(x, z)$ , est initialement agencée en forme de grille et la divergence de celui-ci est d'environ  $40^\circ$ . Nous présumons que les protons tests émergent d'un point source virtuel du fait de la laminarité du faisceau. L'initialisation des vitesses se fait de la manière suivante :

$$v_x = v_{0y} \frac{x}{l_S + l} \quad (3.16)$$

$$v_y = v_{0y} \quad (3.17)$$

$$v_z = v_{0y} \frac{z}{l_S + l}, \quad (3.18)$$

où  $l_S + l$  désigne la distance entre le point source virtuel et la grille [voir figure 3.1]. A la sortie de la structure sondée les protons tests sont envoyés sur le détecteur qui se trouve à une distance de 28 mm.

### 3.3.3 Résultats numériques

Nous avons seulement simulé les déflexions relatives aux « temps longs » de l'expansion du plasma ( $t > 5ps$ ) de sorte que l'amplitude du champ soit assez faible pour que les trajectoires ne puissent pas se croiser. Cette comparaison est montrée sur les figures 3.10 et 3.11 pour les temps  $t = 5$  ps et  $t = 10.6$  ps. On remarque l'indéniable ressemblance entre les résultats numériques et expérimentaux, tant dans l'extension longitudinale de la grille (suivant l'axe des  $x$ ) que dans l'extension transverse (suivant l'axe des  $z$ ). L'extension longitudinale de la figure 3.10(a) est de 3.3 mm alors que celle correspondant à la figure expérimentale 3.10(b) est de 3 mm. Cette différence provient certainement d'une légère surestimation du champ électrique vu par les protons tests lors de leur traversée de la structure sondée. Nous n'observons pas cependant de désaccord pour le sondage à  $t = 10.6$  ps où l'extension longitudinale vaut 5.4 mm dans les deux cas. Nous avons aussi vérifié la bonne concordance entre les déflexions relatives  $\Delta x$  des lignes de grille transverses. Le suivi d'une ligne est montré sur la figure 3.12 pour le temps de sondage  $t = 10.6$  ps autour de la position  $x \simeq 5$  mm.

Nous avons vérifié que les protons qui forment le lobe de surdensité sont presque tous tangents à la surface définie par les positions relatives au pic du champ électrique à un temps donné :  $x_f(r, t)$ . Ces protons tests ne voient donc qu'une seule fois le pic du champ électrique lors de leur traversée du plasma sondé comme le montrent les figures 3.14(b)-(e) et 3.13. Les protons qui se trouvent à l'intérieur du lobe des figures 3.10 et 3.11 voient en général deux fois la surface du front d'ions et par conséquent traversent deux fois le pic du champ [voir figures 3.14(c), 3.14(f) et 3.13]. Ils sont alors plus déviés

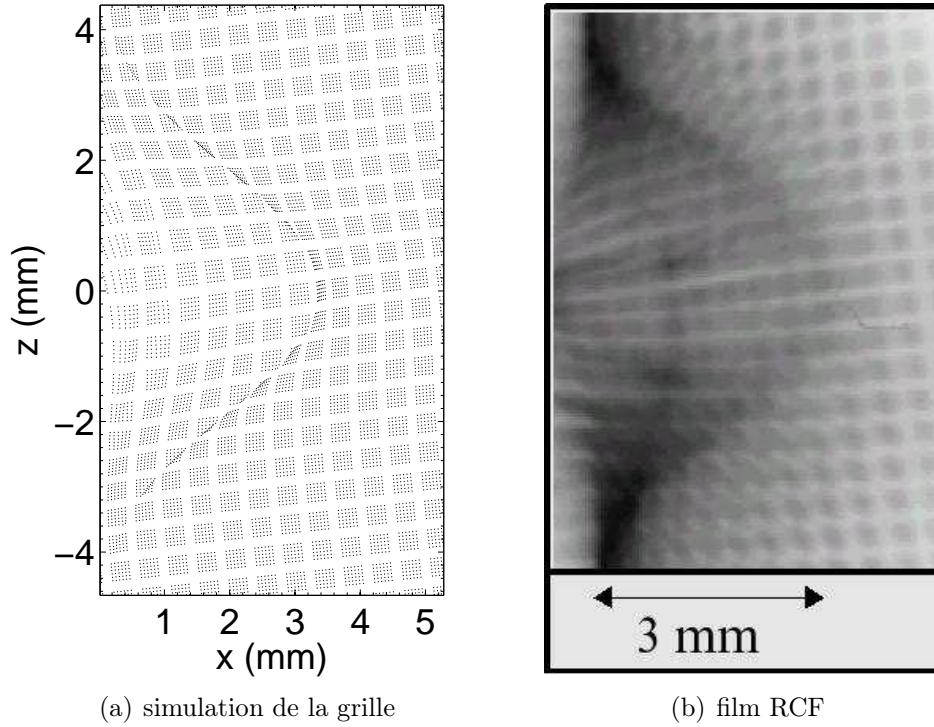


FIG. 3.10 – *Distribution angulaire des protons du faisceau sonde à  $t = 5$  ps. Conformément à l'expérience, la grille numérique est initialement inclinée de  $6^\circ$  par rapport à l'axe  $x$ .*

que ceux qui restent en dehors du lobe ; il suffit de suivre une ligne d'une des figures 3.10 ou 3.11 pour s'en persuader. On remarque enfin sur les figures 3.14(a) et 3.14(d) que le champ électrique vu par un proton test se situant en dehors du lobe est sans variation brutale et ne voit donc pas de pic. Sur les figures 3.14(d), 3.14(e) et 3.14(f), les champs électriques subis par les protons tests présentent une dissymétrie. Celle-ci est attribuable à la dépendance temporelle du champ. La représentation qualitative des chemins des protons tests de la figure 3.13 est réalisée avec une surface du front d'ions figée dans le temps. En tenant compte de la dépendance temporelle, un proton test traversant le lobe verra un deuxième pic du champ nécessairement inférieur au premier.

Ces résultats permettent donc de se prononcer sur l'interprétation de l'accumulation des protons sur les films RCF : la structure en lobe est directement liée au pic du champ électrique qui est situé au front d'ions de l'expansion du plasma. Le lobe constitue effectivement une signature probante du front ionique.

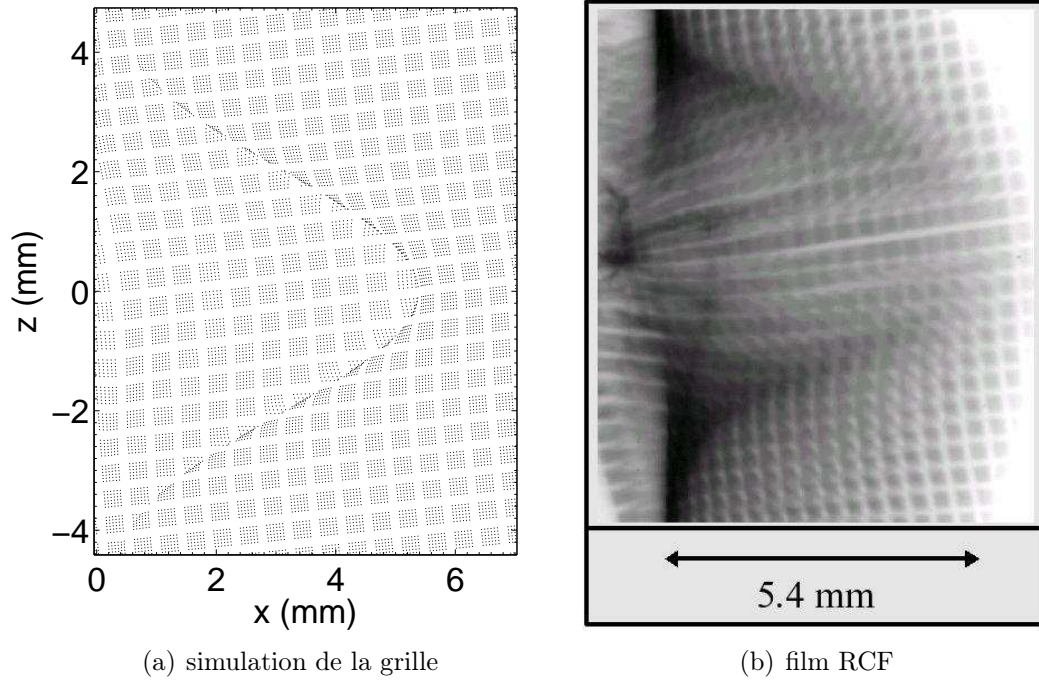


FIG. 3.11 – *Distribution angulaire des protons du faisceau sonde à  $t = 10.6$  ps. Conformément à l'expérience, la grille numérique est initialement incliné de  $6^\circ$  par rapport à l'axe  $x$ .*

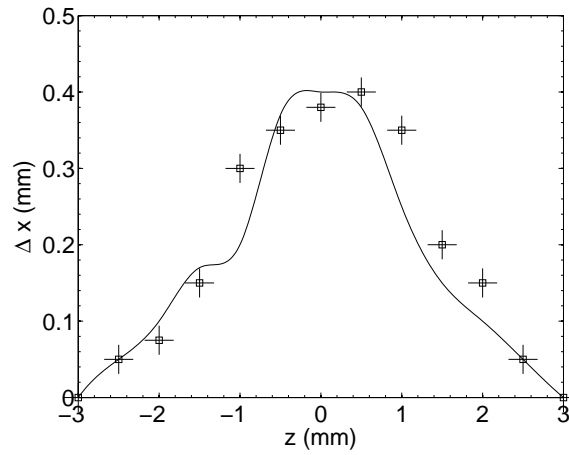


FIG. 3.12 – *Déflexions relatives d'une ligne de grille transverse pour le temps  $t = 10.6$  ps autour de la position  $x \simeq 5$  mm ; les croix indiquent les résultats expérimentaux et la ligne continue le résultat numérique.*

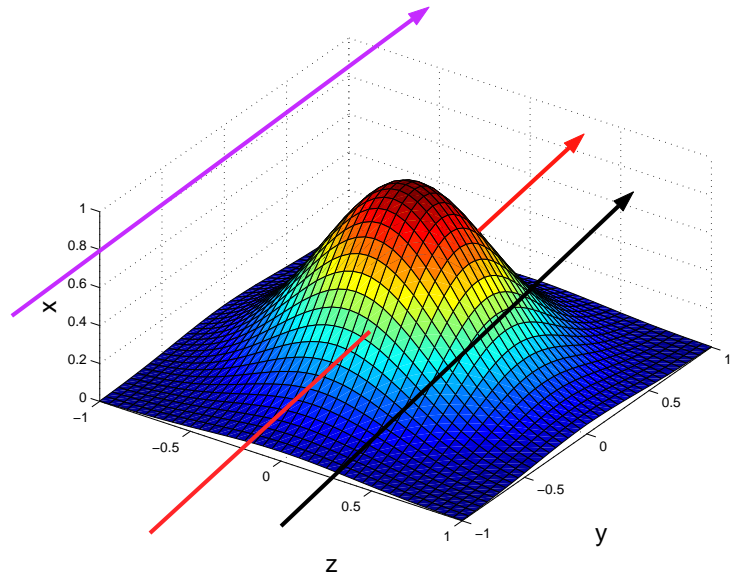


FIG. 3.13 – Représentation qualitative à un temps donné de la surface du front d'ions ; les flèches indiquent les trois types de chemins que peuvent prendre les protons tests. Violet : au dessus du front, noir : tangent au front, rouge : traversant le front.

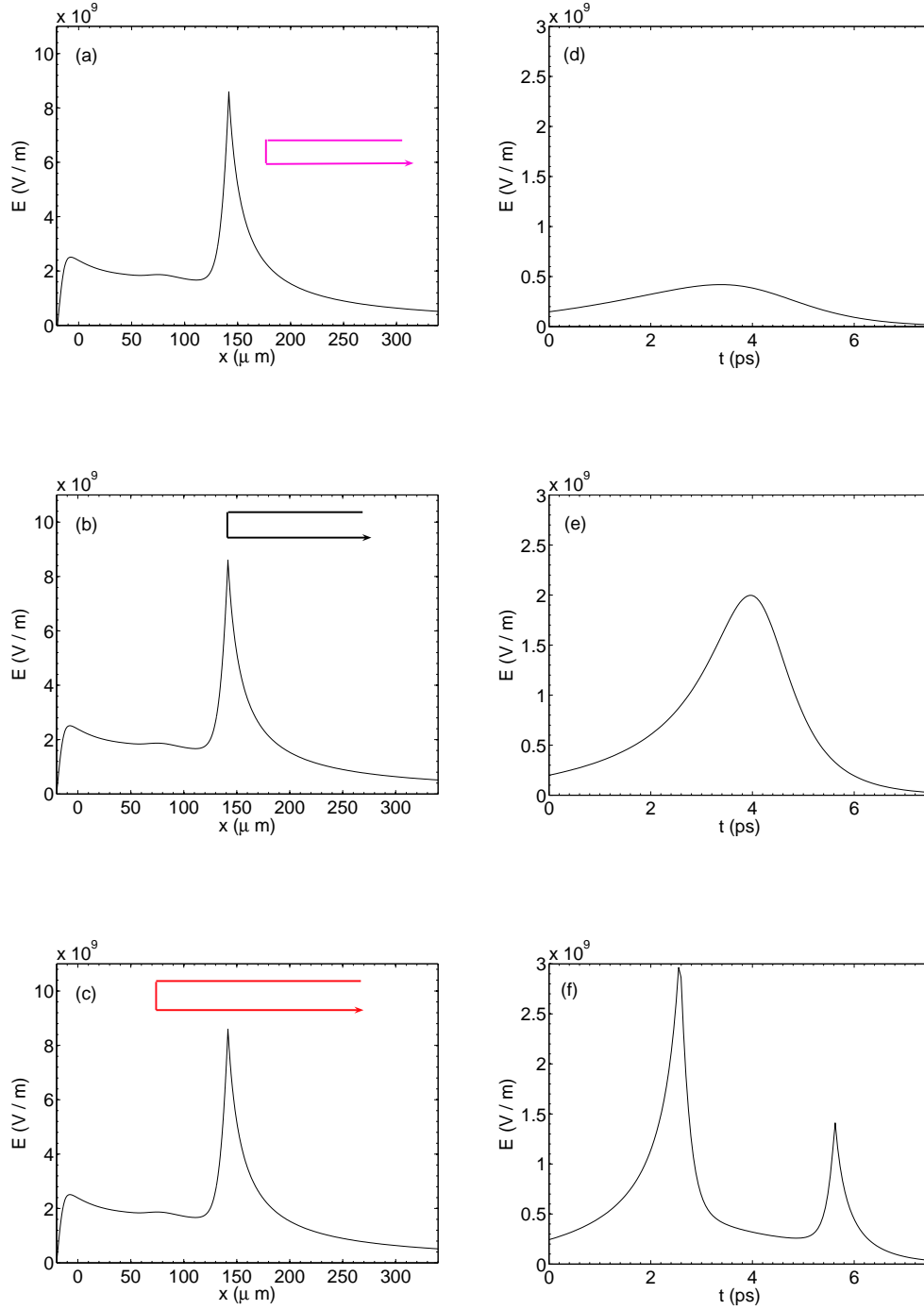


FIG. 3.14 – (a)-(b)-(c) : chemins qualitatifs parcourus par un proton test dans la structure sondée correspondant aux flèches de la figure 3.13; (d)-(e)-(f) : champs électriques vus par un proton test ayant traversé respectivement zéro, une et deux fois le pic du champ électrique.



# Deuxième partie

## Influence d'un gradient initial





# Chapitre 4

## Influence d'un gradient

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>81</b>
<b>4.2</b>	<b>Modèle d'expansion . . . . .</b>	<b>82</b>
4.2.1	Description physique . . . . .	82
4.2.2	Résolution numérique . . . . .	83
<b>4.3</b>	<b>Expansion isotherme . . . . .</b>	<b>84</b>
4.3.1	Conditions initiales . . . . .	84
4.3.2	Expansion du plasma avant déferlement . . . .	85
4.3.3	Expansion du plasma après déferlement . . . .	91
<b>4.4</b>	<b>Expansion adiabatique . . . . .</b>	<b>95</b>
4.4.1	Décroissance de la température . . . . .	95
4.4.2	Influence de la longueur de gradient sur la vitesse finale . . . . .	99

---

### 4.1 Introduction

Parmi les hypothèses que nous avons adoptées pour l'étude des expansions planes de plasma, une d'entre elle mérite réflexion. Nous supposons, dans l'état initial, une cible uniformément chargée d'ions froids et une population électronique en équilibre de Boltzmann dont l'agitation thermique provenait, dans notre contexte, d'une fraction de l'énergie laser. Le fait que les électrons puisent leur énergie du laser ne saurait être remis en cause. Une distribution de charges ioniques uniforme est certes une hypothèse acceptable mais cela suppose en outre que l'énergie laser ait été transmise quasi-instantanément ou uniformément pendant la durée de l'impulsion. Si le profil temporel de l'impulsion n'est pas régulier (on peut prendre l'exemple d'une montée), des électrons chauds vont être produits pendant le début de l'impulsion et induire une expansion du plasma avant que soient générés les électrons les plus

énergétiques associés au pic de l'impulsion. La densité des ions n'est alors plus uniforme. Nous nous proposons d'étudier théoriquement la conséquence d'une modification de la densité ionique initiale sur l'expansion du plasma et plus particulièrement l'influence d'une telle inhomogénéité sur le mécanisme d'accélération des ions.

## 4.2 Modèle d'expansion

### 4.2.1 Description physique

Nous considérons dans ce modèle l'expansion d'un plasma unidimensionnel non collisionnel constitué d'électrons de température initial  $T_{e0}$  et d'une espèce d'ions froids de charge  $Z$ . A l'instar des chapitres antérieurs, la dénotation isotherme correspond à l'expansion un plasma semi-infini tandis que la dénotation adiabatique se réfère à l'expansion d'une plaque de plasma de largeur  $L$  (dans ces termes, l'expansion isotherme correspond à une largeur  $L \rightarrow \infty$ ). Dans ce cas, l'axe de symétrie du problème est choisi autour de la position  $x = -L/2$  et, partant, seule l'étude de la partie droite de l'expansion ( $x \leq L/2$ ) sera traitée. La différence notable avec les études des chapitres antérieurs réside dans le fait que la population ionique initiale n'est plus contenue uniquement dans la cible. Sa distribution est modifiée par l'ajout d'un gradient. Plus spécifiquement, à  $t = 0$ , la densité ionique est supposée constante entre  $x = -L/2$  et  $x = -l_{ss}$ , et décroît exponentiellement pour  $x > -l_{ss}$ . La densité ionique s'écrit alors

$$n_i(x, t = 0) = n_{i0} \quad (-L/2 < x \leq -l_{ss}) \quad (4.1)$$

$$n_i(x, t = 0) = n_{i0} \exp\left(-\frac{x + l_{ss}}{l_{ss}}\right) \quad (x \geq -l_{ss}), \quad (4.2)$$

où  $l_{ss} < L/2$  désigne la longueur initiale de gradient de densité ionique. Ce type de profil initial s'apparente à celui qu'ont choisi [Sack & Schamel 1987] afin d'éviter la discontinuité qu'impose le profil en « porte », adopté dans les articles de [Crow *et al.* 1975], [True *et al.* 1981] et également dans les chapitres 1 et 2. Nous pourrions supposer que ce profil provient d'une précédente expansion du plasma à faible température électronique. La position  $x = -l_{ss}$  correspond, dans ce cas, à la position qu'a atteint l'onde de raréfaction dans la précédente expansion. Cette situation correspond par exemple à la création d'un pré-plasma en face arrière de la cible. La seconde détente est produite par le chauffage (ou l'ajout) d'électrons de température initiale « chaude »  $T_{e0}$ . La vitesse de la première expansion peut être considérée comme négligeable comparée à la vitesse acoustique ionique relative à  $T_{e0}$ . Il semble raisonnable d'admettre que les ions sont alors de vitesse initiale nulle.

En ignorant l'inertie des électrons et en prenant une équation d'état iso-

therme, la densité électronique suit l'équilibre de Boltzmann,

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_e}\right), \quad (4.3)$$

avec  $n_{e0}$  est la densité électronique dans le plasma non perturbé ( $n_{e0} = Z n_{i0}$ ), et  $\Phi$  le potentiel électrostatique. Les raisons d'une telle hypothèse sont identiques à celles évoquées dans le chapitre 2.

Nous rappelons brièvement les équations du modèle d'expansion. Le potentiel électrostatique est déterminé par l'équation de Poisson,

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = e(n_e - Z n_i). \quad (4.4)$$

Les conditions de bord vérifiées par le potentiel sont

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \left( x = -\frac{L}{2} \right) = 0, \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} (x \rightarrow \infty) = 0. \quad (4.6)$$

La première équation est une conséquence de la symétrie du problème autour de  $x = -L/2$ . La seconde équation implique que le champ associé au potentiel électrostatique s'annule à l'infini, ce qui assure la conservation du nombre d'électrons. La description de la population ionique est de type particulière; elle coïncide avec une description fluide lagrangienne tant qu'il n'y a pas de croisement de trajectoires. L'expansion des ions est ainsi régie par l'équation de mouvement de chaque ion,

$$\frac{dv_i}{dt} = -\frac{Ze}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (4.7)$$

où  $v_i$  dénote la vitesse des ions.

### 4.2.2 Résolution numérique

L'ensemble d'équations (4.3), (4.4) et (4.7) a été résolu numériquement avec un code particulier adapté du code lagrangien que nous avons exposé aux chapitre 1 et chapitre 2. Le profil de densité ionique exponentiellement décroissante remplace la distribution discontinue initiale (cas standard) employée dans le cas des précédentes études. Les ions sont traités comme des macroparticules; cette description autorise les particules à se dépasser les unes les autres et permet donc à la simulation de décrire des phénomènes purement particuliers tel que le déferlement. Différentes charges et masses sont affectées aux macroparticules, dont plusieurs ordres de grandeurs séparent la plus légère de la plus lourde. Le maillage initial est identique à celui du chapitre 1. Il s'avère enfin nécessaire de choisir un grand nombre de particules

( $\sim 10^4 - 10^5$ ) afin de réduire le bruit numérique et de s'assurer que les régions de faible densité soient convenablement discrétisées.

Nous nous devons de mentionner que le plasma reste non collisionnel durant toute son expansion. En premier lieu, le temps associé à la fréquence de collision est, nous le savons, très supérieur au temps caractéristique d'accélération des ions. D'autre part, l'ajout d'un terme visqueux (type Navier-Stokes) comme le suggère [Sack & Schamel 1987] ne nous paraît pas pertinent. Nous verrons au cours du chapitre la justification de cette dernière hypothèse.

## 4.3 Expansion isotherme

### 4.3.1 Conditions initiales

Nous considérons premièrement que le nombre de particules des deux espèces chargées est infini ; les particules sont initialement contenues dans un plasma semi-infini dont la température électronique est maintenue constante.

La dynamique du problème conduit à une analyse de la distribution initiale des densités et du champ. La figure 4.1 illustre les densités ionique et électronique, la densité de charge ainsi que le champ électrique au temps  $t = 0$  pour une longueur de gradient  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ , où  $\lambda_{D0} = (\epsilon_0 k_B T_{e0} / n_{e0} e^2)^{1/2}$ . Dans le cas  $l_{ss} \gg \lambda_{D0}$ , on peut distinguer trois différentes régions ; une couche positive autour de la position  $x = -l_{ss}$ , une zone neutre qui débute pour  $x > -l_{ss}$  jusqu'à la position où les densités ionique et électroniques diffèrent de façon significative ( $x \simeq 40\lambda_{D0}$  sur la figure 4.1(a)), et une couche négative au delà de ce point. Les couches positive et négative sont ainsi séparées par une zone neutre qui correspond au plateau du champ électrique, visible sur la figure 4.1(c). L'amplitude du plateau du champ électrique ( $E_{plateau}$ ) est obtenue aisément en écrivant la relation qui traduit l'équilibre de Boltzmann

$$n_e e E = -k_B T_e \frac{\partial n_e}{\partial x}. \quad (4.8)$$

Dans la région neutre,  $n_e \approx n_i$ , ce qui implique que le gradient de densité électronique s'exprime simplement en fonction de la longueur caractéristique :  $\partial n_e / \partial x = -n_e / l_{ss}$ . L'amplitude du champ du plateau s'écrit

$$E_{plateau} \simeq \frac{k_B T_e}{e l_{ss}} = \frac{E_0 \lambda_{D0}}{l_{ss}}, \quad (4.9)$$

avec  $E_0 = (n_{e0} k_B T_{e0} / \epsilon_0)^{1/2}$ . Dans la limite  $l_{ss} \rightarrow 0$ , l'amplitude maximale du champ doit être celle que l'on obtient dans le cas standard, i.e.,  $E_{max} = E_0 \sqrt{2/e_N}$ , où  $e_N$  est la constante numérique 2.7183.... On peut alors chercher une expression de l'amplitude maximale du champ, valide pour toutes valeurs de  $l_{ss}$ , interpolant les deux cas limites que nous venons de citer. De manière semblable à l'obtention de la formule (1.53), on trouve :

$$E_{max} \simeq E_0 \left( \frac{K^{3/2}}{1 + (K l_{ss} / \lambda_{D0})^{3/2}} \right)^{2/3}, \quad (4.10)$$

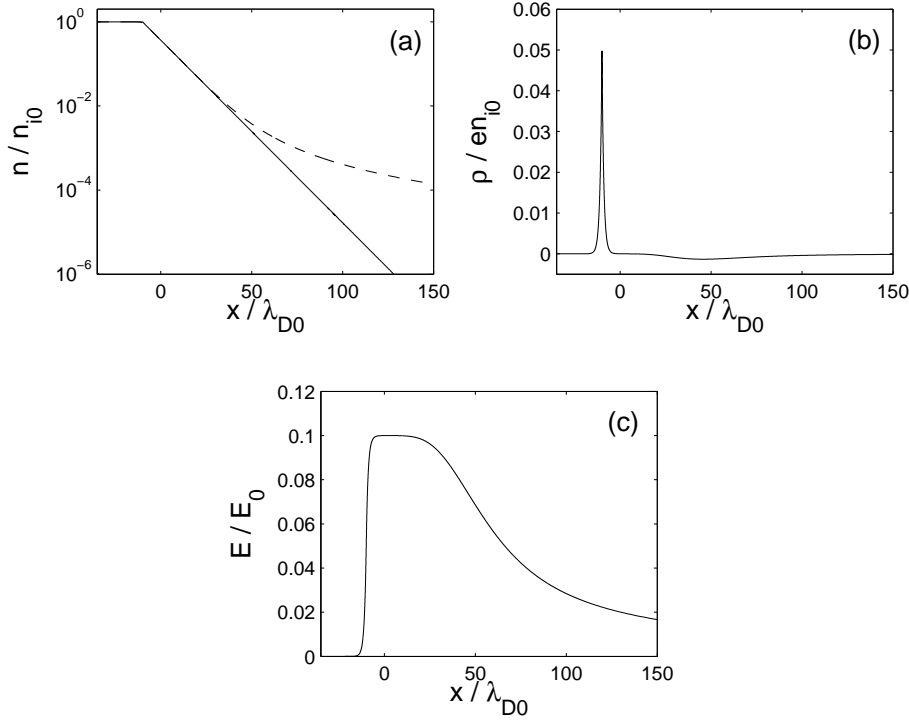


FIG. 4.1 – (a) : densité ionique en ligne continue et densité électronique en pointillé; (b) densité de charge surfacique; (c) champ électrique au temps  $t = 0$  pour  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ .

avec  $K = \sqrt{2/e_N}$ . On peut vérifier que cette expression concorde avec la courbe numérique tracée sur la figure 4.2 qui montre la décroissance de  $E_{max}$  lorsque  $l_{ss}$  augmente.

Penchons nous de nouveau sur les figures 4.1(a) et 4.1(c) ; nous remarquons que les ions provenant de la région de basse densité ( $x \gtrsim 40\lambda_{D0}$ ) subissent initialement un champ électrique d'amplitude inférieure aux ions de densité plus élevée ( $x \lesssim 40\lambda_{D0}$ ). Par conséquent, les ions de la région de basse densité vont être rattrapés par ceux de haute densité causant un déferlement au sein de la population ionique.

### 4.3.2 Expansion du plasma avant déferlement

#### Première phase d'expansion

Nous relevons deux phases distinctes dans l'expansion du plasma. La première phase correspond à l'expansion « transitoire » ayant lieu avant le déferlement. Nommons  $t_d$  le temps du déferlement. La figure 4.3(a) représente, pour une longueur de gradient  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ , le profil de vitesse ionique normalisé à la vitesse acoustique,  $c_{s0} = (k_B T_{e0}/m_i)^{1/2}$ , au temps  $\omega_{pi}t = 20$ , bien avant que n'advienne le déferlement à  $\omega_{pi}t_d = 40.2$ . L'allure du profil est en

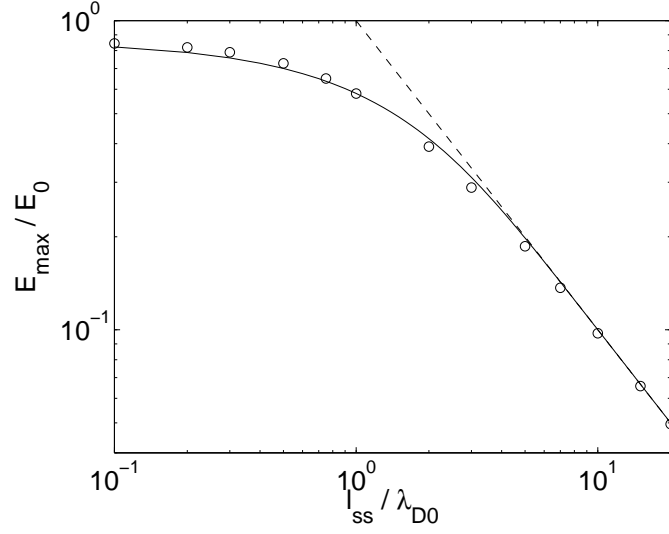


FIG. 4.2 – Amplitude maximale du champ  $E_{max}$  en fonction de la longueur initiale de gradient  $l_{ss}$  au temps  $t = 0$ . Ligne continue : résultats numériques ; rond : courbe de l'expression (4.10) ; tirets : fonction asymptotique  $E_{plateau} = E_0 \lambda_{D0} / l_{ss}$ .

accord avec nos prédictions : nos conditions initiales donnent naissance à un courant ionique dans lequel les ions de la partie intermédiaire du plasma ont des vitesses supérieures aux ions du bord.

Sous la condition  $t < t_d$ , la zone neutre se propage avec le plateau du champ électrique. La figure 4.3(b) montre que l'amplitude du plateau est presque conservée durant le début de l'expansion. Ce phénomène résulte du fait qu'une partie de la densité ionique subit un champ homogène ; la valeur du gradient est lors maintenue quasiment constante. Cependant, notons que la largeur du plateau diminue puisque la partie gauche du plateau, correspondant initialement à la position  $x = -l_{ss}$ , se déplace avec la vitesse acoustique  $c_{s0}$  dans le référentiel du plasma.

### Temps de déferlement

Afin de déterminer le temps de déferlement  $t_d$ , nous définissons préalablement la fonction  $x(x_0, t)$ , où  $x(x_0, t)$  représente la coordonnée lagrangienne d'un ion quelconque dont la position initiale est  $x_0$  avec  $x(x_0, t = 0) = x_0$ . En intégrant successivement le champ électrique et la vitesse, on obtient

$$v[x(x_0, t), t] = \frac{Ze}{m_i} \int_0^t E[x(x_0, t'), t'] dt', \quad (4.11)$$

$$x(x_0, t) = x_0 + \int_0^t v[x(x_0, t'), t'] dt'. \quad (4.12)$$

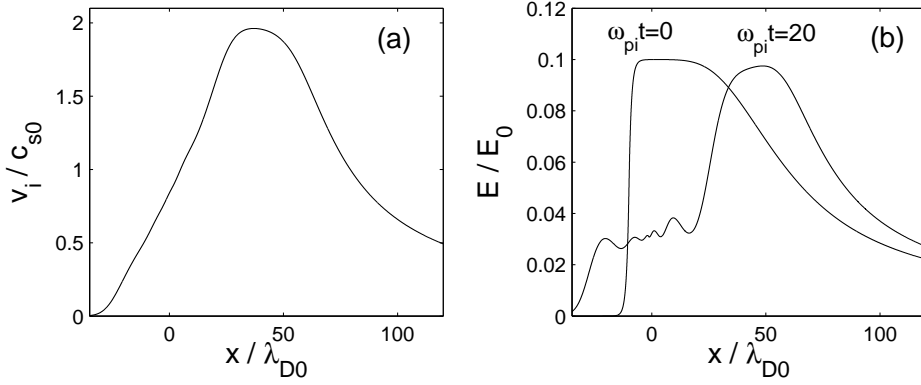


FIG. 4.3 – (a) : profil spatial de vitesse des ions au temps  $\omega_{pi}t = 20$  ; (b) : profil spatial du champ électrique à  $\omega_{pi}t = 0$  et  $\omega_{pi}t = 20$  pour  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ .

Pour des temps  $t \lesssim t_b$ , les ions causant le déferlement sont accélérés par un champ dont on néglige la variation temporelle, soit  $E[x(x_0, t), t] \simeq E(x_0, 0)$ . La coordonnée lagrangienne d'un de ces ions s'écrit alors

$$x(x_0, t) \simeq x_0 + \frac{Ze}{2m_i} E(x_0) t^2 \quad (4.13)$$

Le déferlement survient lorsque deux ions provenant de deux positions initialement adjacentes se croisent l'un l'autre, i.e., lorsque

$$\frac{\partial x(x_0, t)}{\partial x_0} = 0, \quad (4.14)$$

pour certaines valeurs de  $x_0$ . Soit  $t_d$  le temps auquel cette condition de déferlement est réalisée. En utilisant l'équation de Poisson relative à  $t = 0$ ,  $\partial E / \partial x_0 = \rho_0 / \epsilon_0$ , le temps de déferlement s'exprime sous la forme

$$t_d \simeq \sqrt{\frac{-2m_i \epsilon_0}{Ze \rho_{0,min}}}, \quad (4.15)$$

où  $\rho_{0,min}$  désigne la valeur minimale de la densité de charge. Cette dernière formule met en évidence que les ions responsables du déferlement se trouvent originairement dans la région où la pente du champ électrique est la plus élevée. Il reste toutefois à identifier la zone correspondant à  $\rho_{0,min}$ . Nous savons que les effets de séparation de charge se produisent approximativement au point  $x_s$  où la longueur de gradient de densité égale la longueur de Debye locale :  $l_{ss} = \lambda_D$ . Une simple manipulation algébrique montre que la densité correspondante vaut  $n_e(x_s, 0) = n_{e0} \lambda_{D0}^2 / l_{ss}^2$ . Nous supposons que les densités des deux espèces ne diffèrent pas encore fortement à ce point :  $n_i(x_s, 0) \approx n_e(x_s, 0)$  ; en utilisant cette approximation combinée à l'équation (4.2), on estime

$$x_s = 2l_{ss} \ln \left( \frac{l_{ss}}{\lambda_{D0}} \right) - l_{ss}. \quad (4.16)$$



Pour  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ , on a  $x_s \simeq 36\lambda_{D0}$  ; ce qui est accord avec la valeur numérique visible sur la figure 4.1(a). Pour  $x > x_s$ , la densité ionique décroît beaucoup plus rapidement que la densité électronique, occasionnant par la suite une densité de charge négative, comme l'illustre la figure 4.1(a). Il est possible de montrer, en prenant comme expression pour la densité électronique celle obtenue dans le cas standard dans la partie vide d'ion, que la densité de charge minimale est proportionnelle à la densité électronique initiale au point  $x_s$  :  $\rho_{0,min} \propto n_e(x_s, 0)$ . Nous avons numériquement vérifié que la densité de charge minimale est donnée par la formule suivante :

$$\rho_{0,min} \simeq -\frac{1}{8}en_e(x_s, 0) = -\frac{1}{8}\frac{en_{e0}\lambda_{D0}^2}{l_{ss}^2}. \quad (4.17)$$

En reportant cette formule dans l'équation (4.15), on obtient la fonction reliant le temps de déferlement à la longueur de gradient :

$$t_d \simeq 4 \frac{l_{ss}}{c_{s0}}. \quad (4.18)$$

Le fait que le temps de déferlement ne dépende pas *a posteriori* de la densité initiale électronique  $n_{e0}$  ne fait pas figure de résultat surprenant puisque ce phénomène se produit dans la région de basse densité. Cette expression est comparée avec le résultat numérique sur la figure 4.4 ; nous observons un remarquable accord pour  $l_{ss} \gtrsim 5\lambda_{D0}$ . Dans la limite opposée,  $l_{ss}/\lambda_{D0} \rightarrow 0$ , la figure 4.4 révèle que le temps de déferlement tend vers  $\omega_{pi}t_d \rightarrow 2.78$ , à l'encontre du cas standard ( $l_{ss} = 0$ ) pour lequel aucun déferlement n'est constaté. Nous tenons à mentionner que ce résultat (analytique et numérique) est également valable pour le profil employé par [Sack & Schamel 1987]. Ce dernier

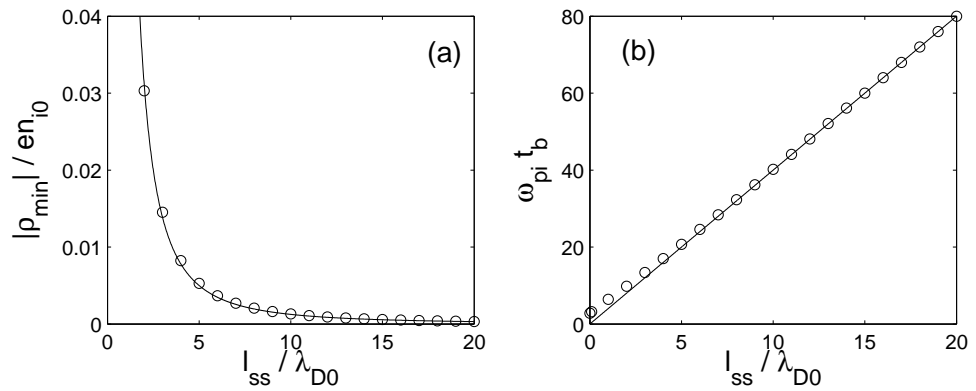


FIG. 4.4 – (a) : Valeur minimale de densité de charge  $\rho_{0,min}$  en fonction de la longueur de gradient. Ronds : résultats numériques ; ligne continue : prédiction analytique [Eq. (4.17)]. (b) : Temps de déferlement  $t_d$  en fonction de la longueur de gradient. Ronds : résultats numériques ; ligne continue : prédiction analytique [Eq. (4.18)].

résultat témoigne d'un inéluctable déferlement de la population ionique au cours de l'expansion du plasma en cas de présence d'un gradient initial, aussi infime soit-il. La valeur du temps de déferlement « minimale » peut être très précisément déterminé en remarquant qu'un gradient de densité infini est équivalent à la présence d'un petit nombre d'ion tests dans le gaz d'électrons chauds dont la distribution correspond au cas standard. En d'autres termes, nous nous plaçons dans les conditions initiales du chapitre 1 où quelques ions sont « rajoutés » dans la partie vide. Nous devons alors résoudre les équations du mouvement pour ces ions tests qui sont accélérés par le champ électrique associé au nuage d'électrons. En dérivant spatialement l'expression (1.37), le champ électrique pour  $x > x_{front}$  peut être écrit sous la forme

$$E(x, t) = \frac{E_{front}(t)}{1 + \frac{x - x_{front}}{\sqrt{2}\lambda_{D,front}}}, \quad (4.19)$$

où  $x_{front}$  dénote la position du pic du champ électrique  $[E_{front}(t)]$ . A l'interface plasma-vide, on a d'après l'équation (1.27) :  $n_{e,front} = \epsilon_0 E_{front}^2 / 2k_b T_{e0}$  ; le champ au front nous est donné par l'expression (1.53), ce qui implique

$$\lambda_{D,front} \simeq \lambda_{D0} \left( e_N + \frac{1}{2} \omega_{pi}^2 t^2 \right)^{1/2}. \quad (4.20)$$

Pour chaque ion vérifiant  $x(t) > x_{front}(t)$ , on peut écrire

$$\frac{d^2}{dt^2}[x(t) - x_{front}(t)] = \frac{Ze}{m_i} [E(x, t) - E_{front}(t)]. \quad (4.21)$$

Dans la limite d'un gradient infini, les ions responsables du déferlement restent au voisinage du front d'ions. Dans ce cas, on peut développer l'expression (4.19) à l'ordre 1 ; le champ électrique s'écrit maintenant :

$$E(x, t) \simeq E_{front} \left[ 1 - \frac{x - x_{front}}{\sqrt{2}\lambda_{D,front}} \right]. \quad (4.22)$$

En reportant cette expression dans l'équation différentielle 4.21, on obtient

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + \Omega^2(t) Y = 0, \quad (4.23)$$

où  $Y = x(t) - x_{front}(t)$  et

$$\Omega^2(t) \simeq \frac{\omega_{pi}^2}{\left( e_N + \frac{1}{2} \omega_{pi}^2 t^2 \right)}. \quad (4.24)$$

L'équation différentielle (4.23) ne possède pas de solution analytique connue, nous sommes alors amenés à résoudre numériquement les équations (4.23) et (4.24). La condition de déferlement correspond au croisement du front avec un ion test, i.e.,  $Y = 0$ . On obtient alors  $\omega_{pi} t_d \simeq 2.78$ , en accord avec les précédents résultats issus du code.

## Evolution de l'amplitude maximale du champ

Lorsque  $t \rightarrow t_d$ , la pente du profil de vitesse ionique tend localement à être infinie, comme l'illustre la figure 4.5(a) qui correspond au temps  $\omega_{pi}t = 39$ , peu avant le déferlement. A ce stade de l'expansion, les ions, en se rapprochant les uns des autres, forment une zone de forte densité. Cette accumulation entraîne une croissance locale de la densité de charge correspondante suscitant une hausse de l'amplitude maximale du champ électrique. La figure 4.5(b) représente le profil spatial du champ électrique à  $\omega_{pi}t = 39$ . On remarque que la valeur maximale du champ ( $E_{max} \simeq 0.13E_0$ ) est légèrement plus élevée que celle du temps initial où  $E_{max} = 0.1E_0$  [voir figure 4.3(a) pour  $\omega_{pi}t = 0$  et 20].

Une seconde remarque s'impose quant à l'amplitude maximale du champ : celle-ci demeure constante tant que le plateau subsiste. Dans ce cas, si la partie gauche du plateau  $x_p^g$  rejoint la partie droite  $x_p^d$  avant le déferlement, l'amplitude maximale diminuera de manière semblable au cas standard. En prenant comme simple estimation pour la largeur du plateau dans le référentiel du plasma

$$l_{plateau} = x_p^d - x_p^g \simeq x_s + l_{ss} = 2l_{ss} \ln \left( \frac{l_{ss}}{\lambda_{D0}} \right) \quad (4.25)$$

le temps mis pour atteindre la partie droite est  $t_p \simeq l_{plateau}/c_{s0}$ . La condition  $t_p > t_d$  implique  $l_{ss}/\lambda_{D0} > e_N^2 \simeq 7.3$ . Nous concluons alors que l'amplitude maximale reste approximativement constante pour  $l_{ss} > 7\lambda_{D0}$  et croît légèrement avant le déferlement. Ce résultat diffère du cas standard pour lequel la valeur maximale du champ est une fonction décroissante du temps.

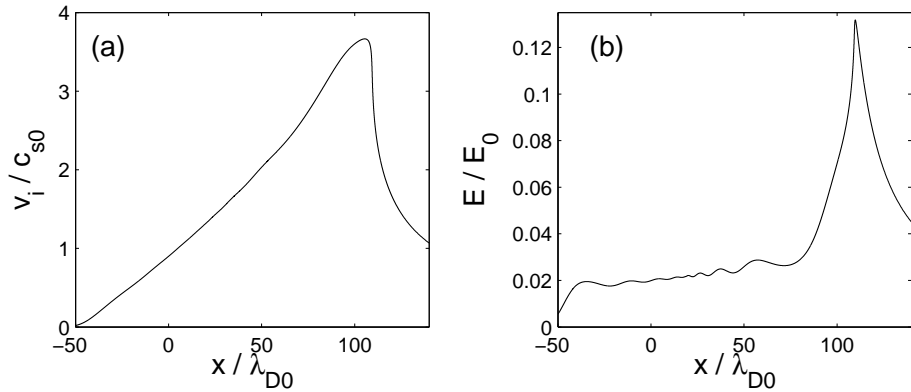


FIG. 4.5 – (a) : Profil spatial de vitesse des ions ; (b) profil spatial du champ électrique à  $\omega_{pi}t = 39$  for  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ .

### 4.3.3 Expansion du plasma après déferlement

#### Déferlement du plasma

La seconde phase correspond à l'expansion advenant pendant et après le déferlement. A ce stade, les ions des hautes densités ont dépassé ceux provenant des basses densités. La figure 4.6(a), représentant le profil de densité ionique à  $\omega_{pi}t = 50$ , montre la formation de deux pics de densité dus à la forte accumulation d'ions dans cette zone. Ces deux pics composent un motif typique inhérent aux explosions de particules non collisionnelles dont le profil de densité initial adopte une décroissance. Les explosions coulombiennes de nano-agrégats ioniques, étudiées par [Kaplan *et al.* 2003] en géométrie sphérique, exhibent par exemple ce type de profil après déferlement. Le profil de

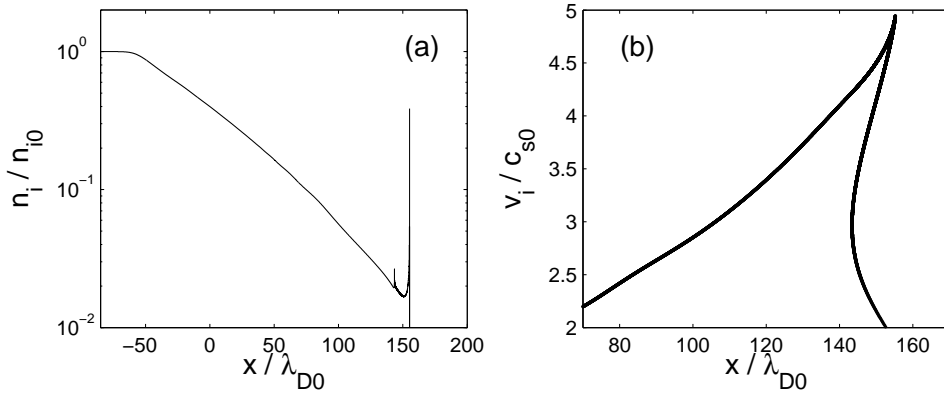


FIG. 4.6 – (a) : profil de densité ionique ; (b) : espace des phases des ions à  $\omega_{pi}t = 50$  for  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$ .

vitesse des ions est tracé sur la figure 4.6(b). Comme les ions de l'intérieur du plasma croisent les ions du bord, le profil se transforme en une fonction multivaluée. De toute évidence, après le déferlement, une description fluide de la population ionique ne serait plus valide ; le profil de la figure 4.6(b) représente alors l'espace des phases des ions. Ainsi, en certaines zones du plasma, trois vitesses différentes seront assignées à une seule position ; cette situation est visible sur la figure 4.6(b) pour les positions  $143\lambda_{D0} \leq x \leq 155\lambda_{D0}$ . Dans les parties multivaluées du profil, les deux branches « de faible vitesse » correspondent à des ions venant initialement de zone de basse densité tandis que la branche « de vitesse élevée » correspond à des ions venant initialement de zone de haute densité. Les « coudes » de l'espace des phases, i.e., les points où  $\partial v_i / \partial x = \infty$ , situés respectivement aux positions  $x = 143\lambda_{D0}$  et  $x = 155\lambda_{D0}$ , coïncident avec les pics de densité ; ce sont les deux ondes de choc. Les ions les plus rapides associés au « coude » de droite forment le choc de front alors que les ions lents composent un choc de queue. Les deux ondes de choc, dans le cours de l'expansion, s'éloignent l'une de l'autre du fait de leur vitesse relative et tendent à englober une partie du plasma. No-

tons néanmoins que la hauteur des deux pics, bien qu'existant toujours dans le cas de profils non-uniformes, diffère selon le type de profils utilisés. Dans l'expansion d'un plasma gaussien, approfondie par [Mora(2) 2005], l'intensité du second pic (choc de queue) reste très peu prononcée.

### Expansion asymptotique

Dans leur article, [Sack & Schamel 1987] émettent l'hypothèse que des micro-instabilités ioniques puissent naître dans le plasma. Ces micro-instabilités auraient pour conséquence de transférer une partie de l'énergie du plasma aux petites échelles et de créer de fait des effets visqueux au sein de la population ionique. La température ionique ne serait alors pas négligeable ; ils justifient ainsi l'ajout d'un terme visqueux,  $\nu \partial^2 v_i / \partial x^2$  (type Navier-Stokes). Dans l'expansion du plasma, les différentes branches observées dans l'espace des phases révèlent l'existence de plusieurs faisceaux froids dans le plasma. Nous savons que deux faisceaux de particules chargées donnent naissance à une instabilité dont le taux de croissance maximum est donnée, dans le cas de conditions initiales homogènes, par l'expression suivante :

$$\gamma_{max} = \left(\frac{1}{8}\right)^{1/2} \omega_{pi}. \quad (4.26)$$

Nous nous trouvons cependant dans un milieu fortement inhomogène et nous savons que généralement, l'inhomogénéité a tendance à réduire le taux de croissance de l'instabilité. D'autre part, si de telles instabilités se développaient dans l'expansion du plasma, notre code de simulation serait à même de les traiter ; nous n'avons pu faire de tels constats. Enfin l'instabilité deux faisceaux ne subsiste que si il existe une réelle dispersion en vitesse des deux faisceaux dans l'espace des phases. Or les différents faisceaux existant dans l'expansion n'apparaissent qu'après le déferlement. Nous pensons que l'instabilité ne pourrait également pas se développer après le déferlement. En effet, pour des temps  $t \gg t_d$ , la densité ionique est essentiellement due à la contribution des deux branches de « vitesse élevée ». La dispersion en vitesse entre ces deux branches décroît typiquement en  $1/t$  et l'espace des phases tend asymptotiquement vers une fonction linéaire de l'espace comme dans le cas standard. La stabilisation du processus d'accumulation des ions, à l'origine de la formation des pics de densité, ne nécessite donc pas l'ajout d'un terme visqueux comme le suggère [Sack & Schamel 1987].

L'évolution temporelle de l'amplitude maximale du champ électrique est tracée sur la figure 4.7 pour différentes valeurs de la longueur de gradient initiale. On remarque que l'amplitude maximale du champ converge, pour  $t \gg t_d$ , vers le champ correspondant au cas standard :  $E_{front, l_{ss}=0}(t) \simeq 2E_0 / \omega_{pi} t$ . La légère hausse du champ électrique qui survient avant le déferlement est également constatée sur notre réseau de courbes. Nous trouvons numériquement que cette hausse apparaît pour  $l_{ss} > 5\lambda_{D0}$ . Nos résultats confirment ainsi nos prédictions théoriques.

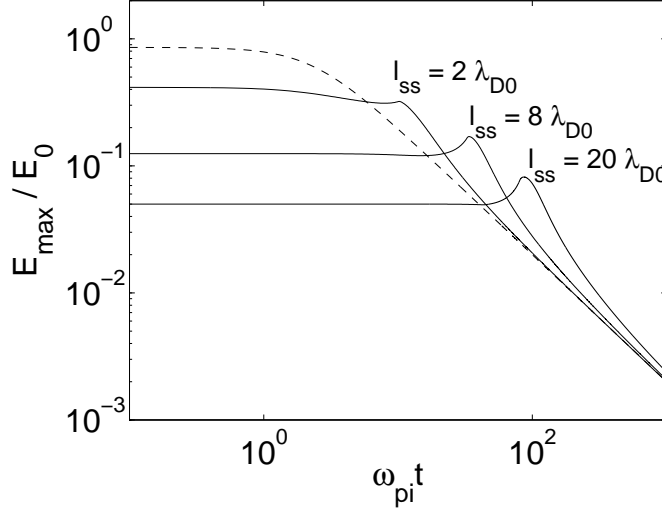


FIG. 4.7 – Amplitude maximale du champ électrique en fonction du temps. Ligne continue :  $E_{max}(t)$  pour  $l_{ss} = 2\lambda_{D0}$ ,  $8\lambda_{D0}$ , and  $20\lambda_{D0}$  ; tirets :  $E_{front}(t)$  dans le cas standard ( $l_{ss} = 0$ ).

La figure 4.8 montre l'évolution temporelle de la vitesse maximale des ions pour différentes longueur de gradient. L'allure des courbes permettent de différencier les deux phases de l'expansion qui peuvent être décrites en posant  $v_{max} \simeq (Ze/m_i) \int E_{max} dt$ . Sachant que le champ électrique conserve sa valeur initiale jusqu'au déferlement, la vitesse maximale évolue linéairement en fonction du temps,  $v_{max} \simeq c_{s0}^2 t / l_{ss}$  pour  $l_{ss} > 5\lambda_{D0}$ . A la phase linéaire succède, pour  $t \gg t_d$ , une évolution logarithmique de la vitesse maximale ; l'ensemble des courbes de la figure 4.8 semblent alors converger vers la solution du cas standard,  $v_{front}(t) \simeq 2c_{s0} \ln(2\tau)$ , où  $\tau = \omega_{pi} t / \sqrt{2e_N}$ . Ceci confère à la vitesse maximale asymptotique la propriété d'être indépendante de la longueur initiale de gradient.

Le caractère auto-semblable asymptotique du plasma se remarque également dans l'évolution temporelle de l'énergie cinétique totale ionique. La figure 4.9(a) illustre pour différentes longueurs de gradient cette évolution. Pour  $t \gg t_d$ , l'énergie cinétique ionique par unité de surface,  $E_c = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} n_i m_i v_i^2 dx$ , adopte un comportement linéaire

$$E_c \simeq n_{i0} k_B T_e (c_{s0} t - l_{ss}), \quad (4.27)$$

proche de la solution auto-semblable. La conséquence du gradient est de réduire le transfert d'énergie entre les électrons et les ions et ceci d'autant plus intensément que la longueur de gradient initiale est grande.

Afin d'étayer notre analyse de l'expansion isotherme du plasma, penchons nous sur la figure 4.9(b) représentant, à différents temps, la vitesse maximale des ions en fonction du paramètre normalisé  $l_{ss}/c_{s0}t$ . Ce type de représentation permet de discerner les deux phases d'expansion ; la courbe en « tirets » sym-

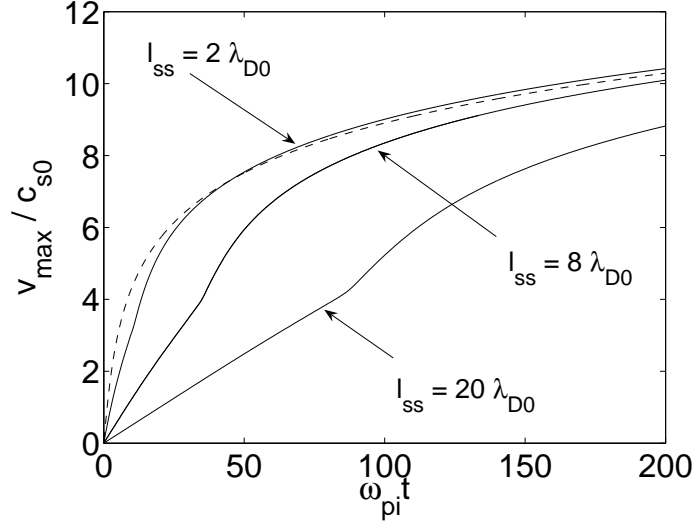


FIG. 4.8 – Evolution temporelle de la vitesse maximale des ions pour différentes longueurs de gradient. Ligne continue :  $v_{max}(t)$  pour  $l_{ss} = 2\lambda_{D0}$ ,  $8\lambda_{D0}$ , et  $20\lambda_{D0}$  ; tirets :  $v_{front}(t)$  pour  $l_{ss} = 0$ .

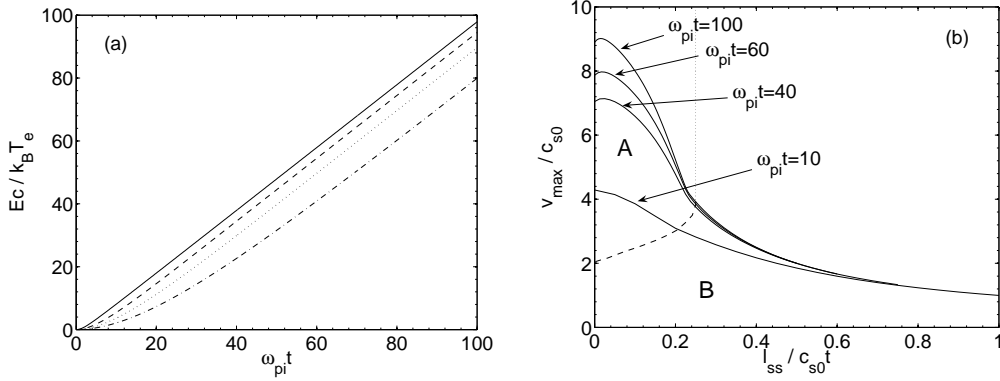


FIG. 4.9 – (a) : énergie cinétique totale ionique en fonction du temps pour  $l_{ss} = 0$  (ligne continue),  $l_{ss} = 5\lambda_{D0}$  (tirets),  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$  (pointillés) et  $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$  (pointillés-tirets). (b) : vitesse maximale des ions en fonction du paramètre normalisé  $l_{ss}/c_{s0}t$ . Les chiffres indiquent le temps d'arrêt des simulations. La courbe en tirets correspond au temps de déferlement qui vaut  $l_{ss}/c_{s0}t_d = 0.25$  pour  $\omega_{pi}t > 20$ . Les zones relatives aux phases pré et post-déferlement sont respectivement notées par les lettres majuscules « B » et « A ».

bolise la frontière des phases qui correspond au temps de déferlement. Les portions de courbes situées au dessous (zone B) de cette frontière se réfèrent aux vitesses maximales atteintes avant déferlement tandis que les portions

situées en dessus (zone A) correspondent aux vitesses maximales atteintes après déferlement. L'ensemble des courbes concourent, pour  $\omega_{pi}t > 20$  au point  $l_{ss}/c_{s0}t_d = 0.25$  qui délimite le temps de déferlement ; au delà de ce point, la superposition des courbes retrace l'évolution linéaire de la première phase d'expansion pour  $l_{ss} > 5\lambda_{D0}$ . L'allure globale des courbes se résume finalement en deux points : on s'aperçoit d'une part que pour une valeur donnée du temps, la valeur maximale de la vitesse n'est pas celle correspondant au cas standard, mais est obtenue pour une petite valeur du paramètre  $l_{ss}/c_{s0}t$  ; par exemple pour  $\omega_{pi}t = 60$ ,  $l_{ss}/c_{s0}t = 0.02$ . D'autre part, une fois ce sommet franchi, pour un temps donné respectant  $\omega_{pi}t > 20$ , la vitesse maximale des ions est une fonction décroissante de la longueur de gradient dont la limite asymptotique (pour  $l_{ss}/c_{s0}t > 0.25$ ) est :  $v_{max}/c_{s0} = (l_{ss}/c_{s0}t)^{-1}$ .

## 4.4 Expansion adiabatique

Dans cette seconde partie, nous considérons l'expansion d'une tranche de plasma de largeur initiale finie  $L$ . En l'absence de source d'énergie extérieure, la température électronique est désormais une fonction du temps déterminée, à l'instar du chapitre 2, par l'équation de conservation de l'énergie

$$\frac{d\mathcal{E}_{th}}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_\Phi}{dt} = 0, \quad (4.28)$$

où  $\mathcal{E}_{th} = g(\theta)N_e k_B T_e$  désigne l'énergie thermique des électrons,  $\mathcal{E}_c$  l'énergie cinétique des ions et  $\mathcal{E}_\Phi$  l'énergie électrostatique du champ.  $N_e = n_{e0}L$  représente le nombre total d'électrons et  $g(\theta)$  la fonction permettant de déterminer l'équation d'état initiale des électrons suivant leur température.

Nous nous proposons d'illustrer un cas général d'expansion adiabatique en prenant une cible de largeur  $L = 40\lambda_{D0}$  pour une température initiale  $T_{e0} = 1$  MeV. Dans ce cas, la longueur de gradient initiale peut varier de  $l_{ss} = 0$  jusqu'à  $l_{ss} = L/2$ . La situation initiale est exactement identique à celle que nous avons décrite dans le cas d'une expansion isotherme. Le mécanisme d'accélération ionique au sein de la détente de plasma est analogue au cas isotherme ; nous sommes désormais au fait que les disparités entre les deux modèles ne surviennent qu'en cas de décroissance significative de la température électronique.

### 4.4.1 Décroissance de la température

La figure 4.10 représente l'évolution temporelle de la température électronique pour plusieurs longueurs de gradient. L'effet principal de la longueur de gradient est de retarder la décroissance de la température. L'interprétation de cet effet s'avère aisée si l'on s'en réfère à la figure 4.9(a) ; une augmentation de la longueur de gradient induit une réduction du transfert d'énergie entre la polulation électronique et la population ionique et en conséquence un délai



quant à la décroissance de la température. Bien que le redroissement électronique ne se produise qu'ultérieurement pour de grandes longueurs de gradient, les évolutions temporelles asymptotiques des températures optent pour une loi d'échelle semblable. Ce résultat remarquable ne paraît néanmoins pas délicat

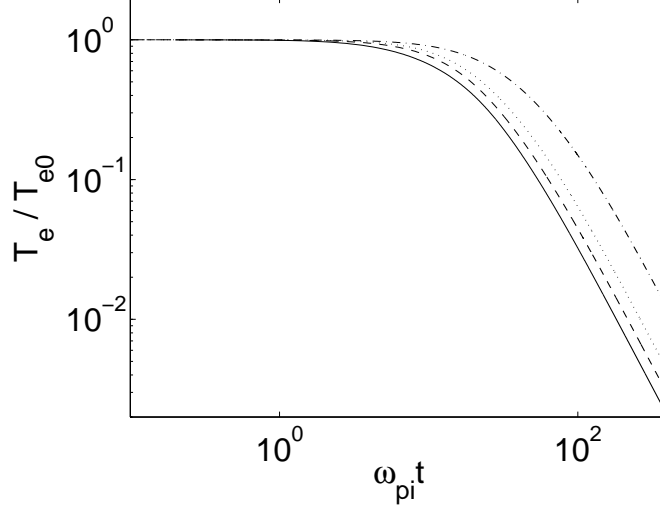


FIG. 4.10 – Evolution temporelle de la température électronique pour  $L = 40\lambda_{D0}$  et  $l_{ss} = 0$  (ligne continue),  $l_{ss} = 6\lambda_{D0}$  (tirets),  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$  (pointillés),  $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$  (tirets-pointillés).

à retrouver au regard du profil de vitesse asymptotique qu'adoptent les ions. Nous rapellons que l'évolution de la température est directement évaluée en calculant le travail exercé par le champ électrique sur le fluide électronique

$$\frac{dU_e}{dt} = -e \int_{-\infty}^{\infty} E n_e v_e dx = -k_B T_e \int_{-\infty}^{\infty} n_e \frac{\partial v_e}{\partial x} dx, \quad (4.29)$$

où  $v_e(x, t)$  désigne la vitesse fluide des électrons. Le redroissement des électrons ne modifie pas qualitativement la dynamique de l'espace des phases des ions; pour des temps longs ( $t \gg t_d$ ), l'espace des phases des ions tend comme dans le cas isotherme vers un profil linéaire  $v_i(x, t) \simeq x/t$ . En supposant  $v_i(x, t) \simeq v_e(x, t)$ , on retrouve l'équation différentielle (2.18) obtenue au chapitre 2

$$\frac{dT_e}{dt} = -\frac{T_e}{g(\theta)t}. \quad (4.30)$$

L'intégration de l'équation (4.30) conduit à la loi d'échelle  $T_e \propto t^{-1/2}$  observée sur la figure 4.10 (pour des températures n'étant pas ultrarelativistes).

L'équilibre de Boltzmann conduit à exprimer le champ électrique sous la forme  $E = k_B T_e / e l_c$  avec  $l_c = |\partial \ln n_e / \partial x|^{-1}$  la longueur caractéristique de densité électronique (voir chapitre 2). L'effet de la décroissance de la température s'accompagne alors d'une réduction de l'amplitude du champ électrique.

Le plateau du champ électrique subsiste mais son amplitude diminue désormais au cours de l'expansion comme nous le constatons sur la figure 4.11. Une

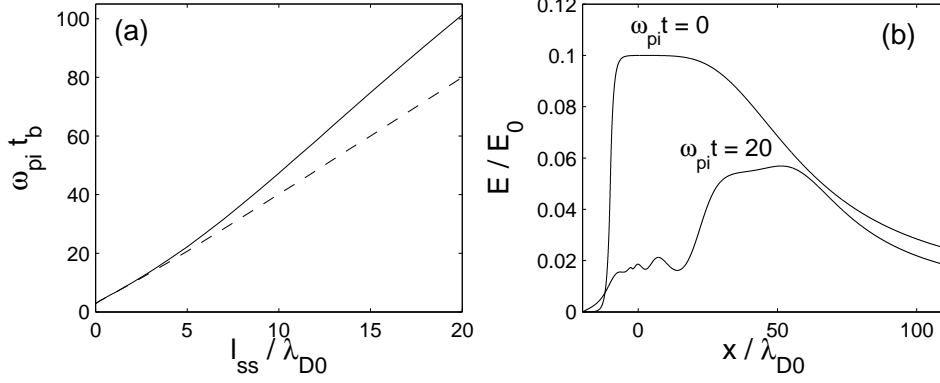


FIG. 4.11 – (a) : temps de déferlement en fonction de la longueur de gradient dans le cas isotherme (tirets) et dans le cas adiabatique (ligne continue). (b) : champ électrique à  $\omega_{pi} t = 0$  et  $\omega_{pi} t = 20$  pour  $l_{ss} = 10\lambda_{D0}$  et  $L/2 = 20\lambda_{D0}$ .

des conséquences de la diminution de l'amplitude du champ est le recul du temps de déferlement des ions. Une comparaison, entre les deux modèles, du temps de déferlement en fonction de la longueur de gradient est réalisée sur la figure 4.11(a). Les deux courbes s'écartent lorsque  $l_{ss} > 6\lambda_{D0}$  ( $\omega_{pi} t_d = 22$ ). Le temps  $\omega_{pi} t_d = 22$  correspond également à la longueur de gradient pour laquelle la température électronique a perdu la moitié de sa valeur initiale.

### Compétition déferlement-refroidissement

Nous nous proposons d'établir, d'après un modèle simple, la loi d'échelle reliant le « temps de refroidissement » au temps de déferlement en fonction des paramètres  $l_{ss}$  et  $L$ . Nous avons défini au chapitre 2 le temps d'expansion caractéristique  $t_R = L/2c_{s0}$  comme le temps que met l'onde de raréfaction à rejoindre le centre de la cible si la température électronique était maintenue constante. On peut constater également que la température est approximativement divisée par deux au bout de ce temps dans le cas standard. Cette dernière remarque constituera par la suite la définition du « temps de refroidissement », i.e.,  $t_R = t_{1/2}$  tel que  $T_e(t_R) = T_{e0}/2$ . En première approximation, le temps  $t_R$  conserve la formule définie dans le cas standard. Nous avons vérifié numériquement que l'expression exacte peut s'écrire sous la forme

$$t_R = \frac{L}{2c_{s0}} f_1 \left( \frac{l_{ss}}{L} \right), \quad (4.31)$$

où  $f_1$  désigne une fonction proche de l'unité, augmentant doucement. La raison de la croissance douce de la fonction  $f_1$  est due au retard de la décroissance de la température lorsque  $l_{ss}$  croît.

Le temps de déferlement suit aussi en première approximation une loi linéaire :  $t_d \simeq 5l_{ss}/c_{s0}$  ; on peut facilement se persuader de cette assertion sur la figure 4.11(a) (cette loi est valable pour toute largeur de cible supérieure à  $10\lambda_{D0}$ ). De même, il est possible de trouver une expression exacte semblable à l'expression (4.31) pour  $t_d$ . Le rapport des deux temps caractéristiques,  $t_R$  et  $t_d$ , est alors nécessairement fonction du paramètre  $l_{ss}/L$  :

$$\frac{t_R}{t_d} = f_2 \left( \frac{l_{ss}}{L} \right) \sim \frac{1}{10} \left( \frac{l_{ss}}{L} \right)^{-1}. \quad (4.32)$$

La comparaison entre la loi d'échelle et la fonction  $f_2$  est illustré sur la figure 4.12. Nous constatons un accord convenable pour  $2l_{ss}/L \lesssim 0.5$  ; la convergence de la fonction  $f_2$  semble plus rapide que ne le prévoit notre loi d'échelle. Nous pouvons cependant dégager certaines hypothèses quant au processus d'accélération des ions. Pour des longueurs de gradient courtes,  $2l_{ss}/L < 0.1$ , le temps de refroidissement est bien supérieur au temps de déferlement et les ions subissent une accélération quasiment identique au cas standard, la majeure partie de l'énergie étant acquise après le déferlement. Lorsque les deux temps deviennent comparables,  $2l_{ss}/L \sim 0.2$ , la quantité d'énergie qu'acquièrent les ions les plus rapides doit être répartie relativement équitablement dans les deux phases d'expansion. Enfin pour de grandes longueurs de gradient, le déferlement survient bien après le refroidissement ; l'accélération dominante se déroule alors pendant la phase pré-déferlement.

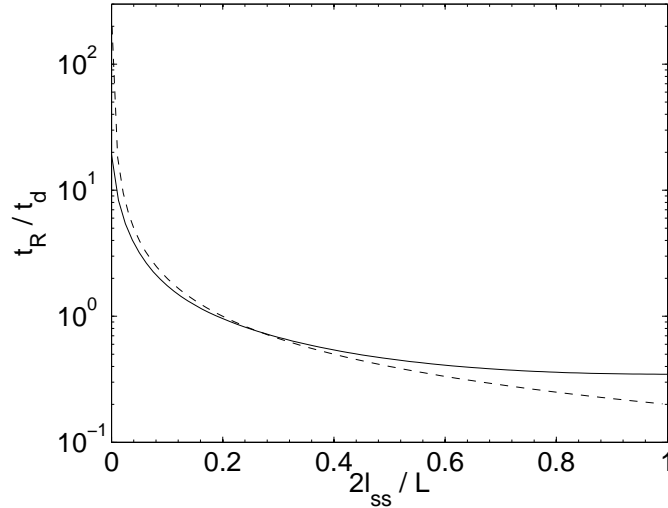


FIG. 4.12 – Rapport entre le temps de refroidissement et le temps de déferlement  $t_R/t_d$  en fonction du paramètre  $2l_{ss}/L$ . Le résultat numérique est tracé en ligne continue, la courbe correspondant à l'expression (4.32) est représentée en tirets.

### 4.4.2 Influence de la longueur de gradient sur la vitesse finale

Le comportement asymptotique des expansions adiabatique et isotherme sont similaires. Suite au déferlement, un front d'ions se forme ; la contraction du plateau crée un pic de champ électrique (situé au front) qui vérifie la même décroissance que celle du cas standard,  $E_{max} = E_{front} \propto 1/t^2$ . La vitesse maximale ionique,  $v_{max} \simeq (e/m_i) \int E_{max} dt$  converge alors vers une valeur finale finie,  $v_{finale}$ . Cet effet prévisible n'est qu'une conséquence de la quantité d'énergie finie initialement présente dans le plasma. La convergence de la vitesse maximale est illustrée sur la figure 4.13 pour trois longueurs de gradient. La vitesse finale dépend désormais (en opposition avec le cas isotherme) de la longueur de gradient et sa valeur est restreinte à quelques vitesses acoustiques initiales. Nous pouvons vérifier sur la figure 4.13 les hypothèses, portant sur l'accélération des ions, issues de l'étude des temps caractéristiques  $t_R$  et  $t_d$ . Parmi tous les cas étudiés, la vitesse maximale a atteint, au temps  $\omega_{pi}t = 200$ , près de 90% de sa vitesse finale ; au delà de cet instant, se poursuit une convergence lente de la vitesse jusqu'à sa valeur finale.

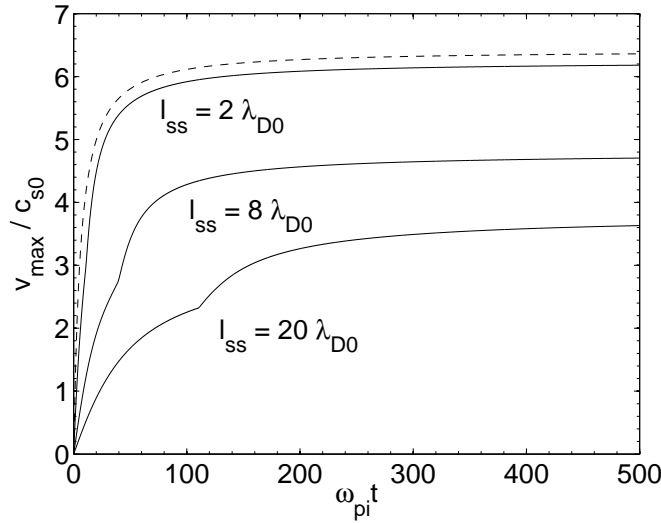


FIG. 4.13 – Vitesse maximale des ions en fonction du temps ; la courbe en tirets représente la vitesse maximale dans le cas standard ( $l_{ss} = 0$ ).

En vue de conclure sur l'influence du gradient sur la vitesse finale, nous pouvons nous reporter sur la figure 4.14. Ce réseau de courbes présente, pour différentes largeurs de cible, la dépendance de la vitesse finale en fonction de la longueur de gradient. Nous notons que l'ensemble des courbes semblent coïncider avec la « courbe limite » correspondant à  $L \rightarrow \infty$ , qui peut être obtenue dans la limite quasi-neutre. Si on considère de larges cibles,  $L = 160\lambda_{D0}$ , la réduction de la vitesse finale pour une longueur de gradient  $l_{ss} = L/2$ , en comparaison du cas standard, s'élève à un facteur supérieur à deux ; on

perd alors un facteur quatre à six en énergie. Pour des cibles plus minces,  $L = 20\lambda_{D0}$ , la réduction est moindre mais s'élève malgré tout à un facteur trois. Des calculs similaires ont été entrepris à l'aide de code PIC monodimensionnel par [Wilks *et al.* 2001]. Une comparaison quantitative de leurs résultats s'avère délicate sachant que les simulations PIC ont été effectuées avec un rapport  $2l_{ss}/L = 1$ . En prenant comme référence le cas d'un gradient quasi-infini, [Wilks *et al.* 2001] constatent que l'énergie maximale du spectre ionique est réduit d'un facteur quatre.

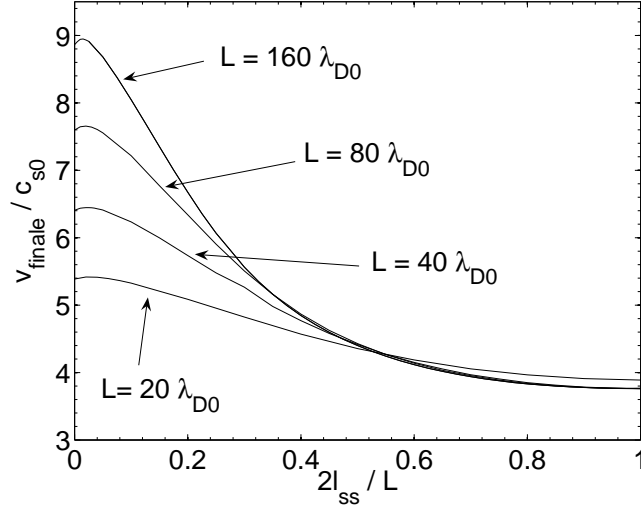


FIG. 4.14 – Vitesse finale en fonction du paramètre normalisé  $2l_{ss}/L$ .

Nous nous proposons de parachever notre étude en portant un regard sur le spectre des ions. Le figure 4.15 a justement pour but de rendre compte de la déformation du spectre en vitesse des ions; les simulations ont été effectuées dans deux cas extrêmes :  $l_{ss} = 0$  et  $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$  pour  $L = 40\lambda_{D0}$  à  $\omega_{pi}t = 2000$ . Ces deux spectres peuvent être considérés à juste titre comme les spectres finaux puisqu'à ce temps ( $\omega_{pi}t = 2000$ ), la vitesse maximale a quasiment atteint sa valeur finale [voir figure 4.14]. On s'aperçoit, bien que l'énergie totale des spectres soit presque équivalente (l'écart de l'ordre du pourcent provient de la différence d'énergie électrostatique initiale) que les spectres épousent des formes résolument différentes. Ces résultats confirment les conclusions de [Mackinnon 2001] : l'accélération des ions est d'autant plus efficace que la longueur de gradient initiale est faible. Nous notons enfin que le spectre obtenu dans le cas  $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$  présente une forme plus compacte et tend par conséquent à générer davantage d'ions d'énergie intermédiaire.

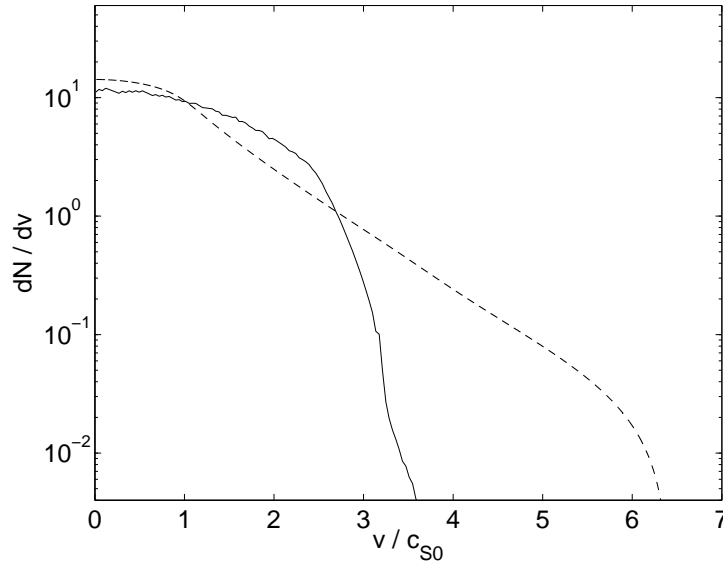


FIG. 4.15 – Spectre en vitesse des ions par unité de surface à  $\omega_{pi}t = 2000$ . Ligne continue : spectre pour  $l_{ss} = 20\lambda_{D0}$  ; tirets : spectre correspondant au cas standard. Les deux simulations sont effectuées pour une largeur de cible  $L = 40\lambda_{D0}$ .



# Chapitre 5

## Accélération de protons en présence de gradient : comparaison expérimentale

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Généralités . . . . .</b>	<b>103</b>
<b>5.2</b>	<b>Dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>104</b>
<b>5.3</b>	<b>Simulations numériques . . . . .</b>	<b>105</b>
5.3.1	Modélisation . . . . .	105
5.3.2	Résultats numériques. . . . .	106
5.3.3	Considérations finales . . . . .	108

---

### 5.1 Généralités

Les faisceaux de protons émis en face arrière de cibles irradiées détiennent de nombreuses spécificités qui les distinguent des faisceaux générés par des techniques habituelles. Les spécificités de ce type de faisceau (haute énergie, faible divergence, laminarité) en font des candidats possibles comme source d'énergie dans le cadre des techniques de fusion inertielle. L'énergie des protons (accélérés) nécessaire pour réaliser une expérience de fusion doit être de l'ordre de plusieurs MeV ; ces énergies étant jusqu'à présent délivrées par des lasers de puissance terawatt. Un flux de protons (au sein des faisceaux) suffisant contraint à l'usage d'énergie laser considérable (dizaines de kilojoules). Dans le cas de telles impulsions laser, il est probable que la première partie de l'impulsion (avant le pic temporel dominant) dépose suffisamment d'énergie pour générer des électrons chauds qui provoquent un préchauffage de la face arrière de la cible. Ce préchauffage présente un aspect néfaste ; il est en effet à l'origine de l'expansion d'un pré-plasma en face



arrière, susceptible de dégrader l'accélération de protons « principale » produite par le pic de l'impulsion. L'influence du pré-plasma a récemment été étudié expérimentalement. Il apparaît alors nécessaire de confronter les deux modèles précédemment décrits à ces données expérimentales.

## 5.2 Dispositif expérimental

L'expérience, dont nous comparerons les données avec nos résultats numériques, a été réalisée au Laboratoire des Lasers Intenses sur le laser 100 TW. La longueur d'onde du laser est de  $\lambda = 1.057 \mu\text{m}$ . Le dispositif expérimental utilisé pour mesurer l'influence d'un pré-gradient sur le mécanisme d'accélération en face arrière est illustré sur la figure 5.1. Ce dispositif nécessite

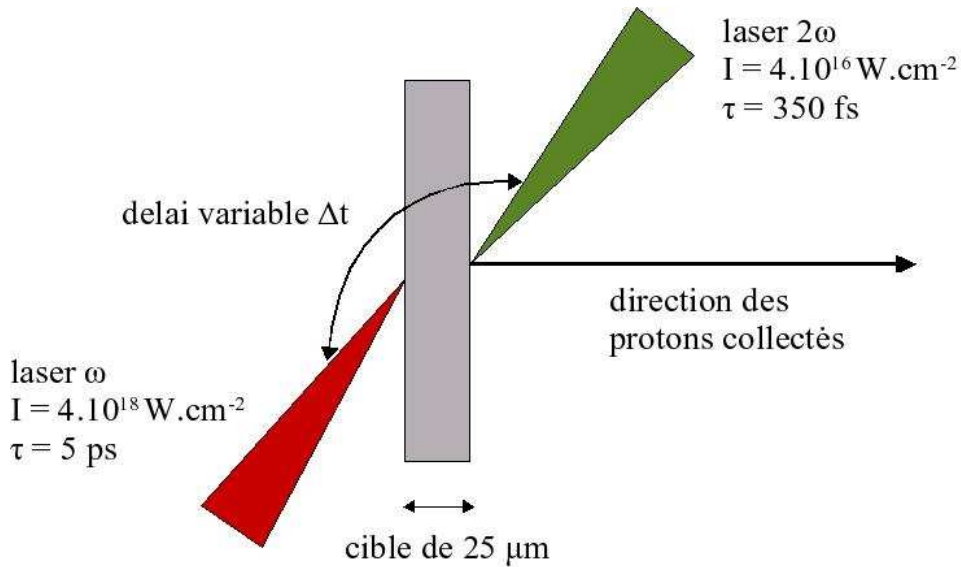


FIG. 5.1 – schéma de l'expérience

deux lasers. Un premier laser de fréquence  $2\omega$  à impulsion courte,  $\tau = 350 \text{ fs}$ , de tache focale  $w = 10 \text{ microns}$ , et d'intensité  $I = 4.10^{16} \text{ W.cm}^{-2}$  irradie la face arrière d'une cible d'aluminium de  $25 \text{ microns}$  d'épaisseur. Une seconde impulsion laser,  $\tau = 5 \text{ ps}$ , de tache focale  $w = 50 \text{ microns}$ , d'intensité  $I = 4.10^{18} \text{ W.cm}^{-2}$  est focalisée sur la face avant de la cible. Le pré-plasma qui produit le gradient de densité ionique en face arrière est généré par l'interaction du laser  $2\omega$  avec la cible. Le délai entre les deux lasers est ajustable afin de pouvoir considérer le cas de plusieurs longueurs de gradient. De ce fait, à chaque délai  $\Delta t$  correspond une unique longueur de gradient.

La figure 5.2 représente l'énergie maximale des protons collectés en fonction du délai  $\Delta t$ . Un délai négatif,  $\Delta t < 0$ , correspond à la situation où le laser  $2\omega$  irradie la face arrière avant que laser  $\omega$  n'ait pu être focalisé sur la

face avant. Si les deux lasers sont synchrones,  $\Delta t = 0$ ;  $\Delta t > 0$  représente la situation inverse du délai  $\Delta t < 0$ . On constate que l'énergie maximale garde approximativement une valeur constante pour tout délai  $\Delta t \geq 0$ . On en conclut que laser  $2\omega$  ne perturbe quasiment pas le mécanisme d'accélération des protons lorsque l'impulsion principale arrive avant le début de la formation du pré-plasma. Dans le cas inverse  $\Delta t < 0$ , le laser  $2\omega$  génère un pré-plasma qui tend à réduire l'énergie maximale des protons et ce d'autant plus que le délai est grand.

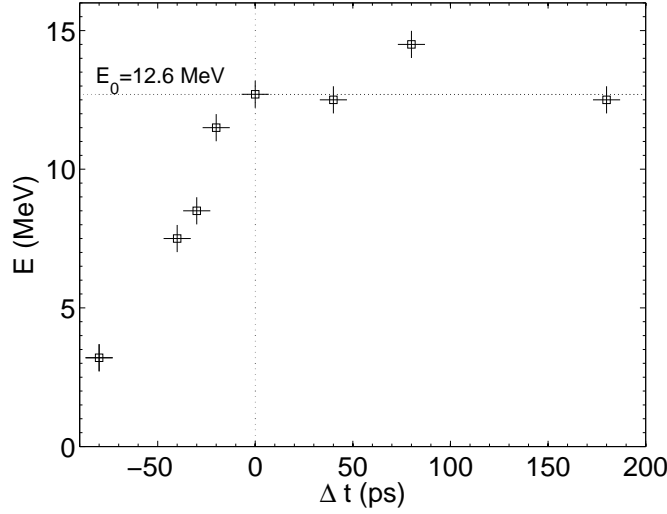


FIG. 5.2 – *Energie maximale des protons collectés en fonction du délai variable  $\Delta t$  ; l'énergie  $E_0 = 12.6$  MeV correspond au délai  $\Delta t = 0$*

## 5.3 Simulations numériques

### 5.3.1 Modélisation

L'expérience a été simulée à l'aide de nos modèles théoriques d'expansion. Il s'est avéré nécessaire d'avoir recours à l'utilisation de deux codes ; à l'instar du dispositif expérimental, le premier code simule l'expansion du pré-plasma créée par l'interaction laser-cible en face arrière, le second simulant l'expansion « principale » créée par l'impulsion ultra-intense arrivant en face avant.

L'expansion du pré-plasma est réalisée avec le code hydronumérique lagrangien unidimensionnel FILM (fluide interaction laser matière). Les simulations du code FILM nous fournissent les densités ainsi que les profils des températures ioniques et électroniques aux différents  $t = -\Delta t$ . Certains de ces profils sont illustrés sur la figure 5.3 pour les temps  $t = 5$  ps et  $t = 40$  ps. Les simulations révèlent des températures typiques de 100-1000 eV pour

les électrons et de 1-10 eV pour les ions dans le pré-plasma. Les profils de densités nous permettent de calculer les longueurs de gradient correspondant aux délais des deux lasers. Nous constatons cependant sur les figures 5.3(a) et 5.3(c) que les densités ioniques ne revêtent pas exactement un profil exponentiellement décroissant ; nous distinguons du moins deux ou trois longueurs caractéristiques. De ces longueurs caractéristiques, nous ne considérons que celle associée à la région des électrons chauds ( $n_{eh} \sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ) générés par le laser  $\omega$  puisque le mécanisme d'accélération est régi par cette dernière population. Nous avons vérifié que l'intégration d'une population froide n'affectait pas nos résultats. Le tableau de la figure 5.3 montre la correspondance entre le délai et la longueur de gradient  $l_{ss}$  considérée. La partie du profil ionique que nous gardons constitue ainsi la condition initiale de la densité ionique pour le second code de simulation. Le second code est analogue à celui que nous avons utilisé dans le chapitre 5.

En tenant compte du critère de validation des modèles d'expansion que nous avons énoncé au chapitre 2, seul le modèle adiabatique complété par une source d'énergie externe est applicable dans ce type d'expérience. En effet, dans ce cas présent,  $t_l \gg t_e$ , puisque  $t_e = 2L/c \simeq 170$  fs et  $t_l = 5$  ps. Néanmoins les deux modèles, isotherme et adiabatique, ont pu être testés. Le modèle isotherme de [Mora 2003] peut être employé en gelant la simulation au bout du temps  $t \simeq 1.3 t_l$  comme l'ont suggéré [Fuchs *et al.* 2006]. La température électronique initiale est estimée par la formule de [Wilks *et al.* 1992] [cf chapitre3],  $T_{e0} \simeq 0.54$  MeV. Nous pouvons alors négliger la température des électrons du pré-plasma. La formule (1.54) nous donne ainsi directement la densité électronique initiale,  $n_{e0} \simeq 1.7 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$  ; l'énergie choisie coïncidant avec l'énergie maximale du spectre ionique dans le cas d'une longueur de gradient nulle,  $\mathcal{E}_0 = 12.6$  MeV ( $\Delta t = 0$ ). Dans le cas adiabatique, l'ajout de la source externe d'énergie est modélisé par une croissance linéaire de la température électronique dans un temps semblable à la durée de l'impulsion laser  $\omega$ . Une croissance quadratique ou exponentielle de la température a également été envisagée ; nous n'avons pu noter de différence notable dans les résultats finaux. Dès que la température électronique a atteint sa valeur maximale, nous laissons les électrons se refroidir adiabatiquement dans le cours de l'expansion. Notons enfin que dans ce dernier cas, la densité et la température électronique initiale ne peuvent être déduites de la formule (3.11) en raison de la montée de la température au sein de la cible (qui n'est pas comprise dans la formule (3.11)). Nous nous sommes donné alors un couple conduisant à l'énergie finale  $\mathcal{E}_0 = 12.6$  MeV : ( $n_{e0} = 8 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$ ,  $T_{e0} = 650$  keV). Ce couple ( $n_{e0}, T_{e0}$ ) constitue la condition initiale de toutes les simulations réalisées. Les effets relativistes sont également considérés.

### 5.3.2 Résultats numériques.

La figure 5.4 représente l'évolution de l'énergie maximale des protons en fonction de la longueur de gradient ionique initiale  $l_{ss}$ . Nous avons également

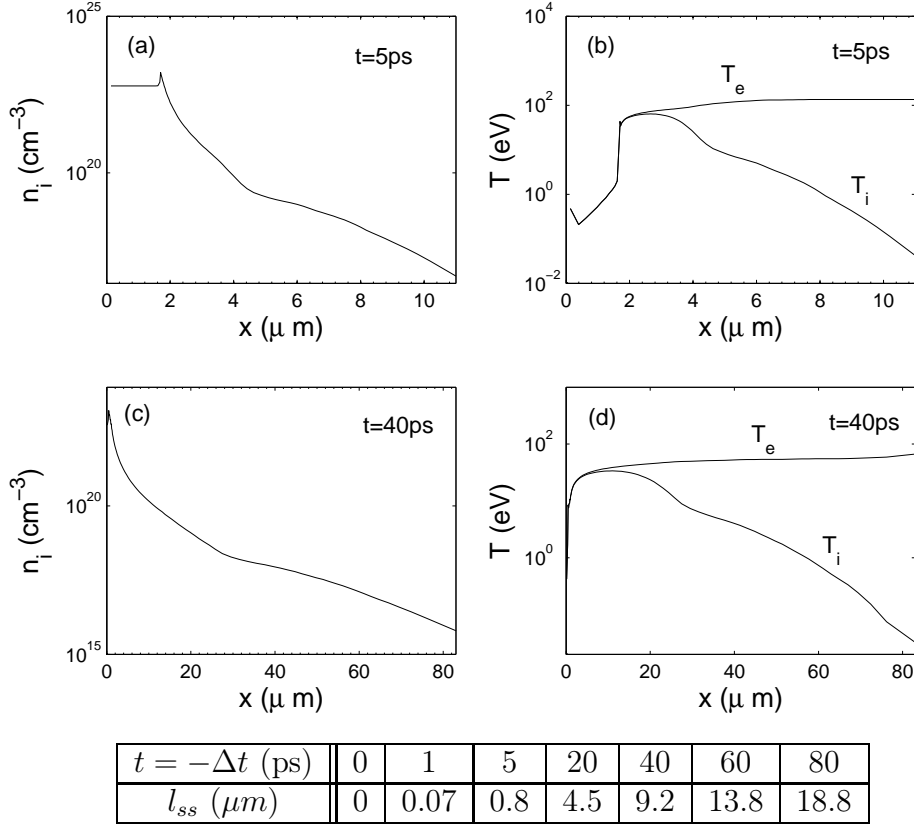


FIG. 5.3 – (a) : profil de densité ionique en fonction de l'espace à  $t=5$  ps ; (b) : profil des températures ioniques et électronique en fonction de l'espace à  $t=5$  ps ; (c) : profil de densité ionique en fonction de l'espace à  $t=40$  ps ; (d) : profil des températures ioniques et électronique en fonction de l'espace à  $t=40$  ps. L'ensemble des simulations proviennent de code hydrodynamique FILM ; les temps de simulation respectent  $t = -\Delta t$ . La correspondance entre le délai  $\Delta t$  et la longueur de gradient associée  $l_{ss}$  est représenté sur le tableau.

rajouté les résultats provenant du code 1D PIC CALDER<sup>3</sup>. Nous constatons à première vue que l'ensemble des résultats numériques semblent concorder qualitativement avec l'allure de la courbe expérimentale. Pour toutes les longueurs de gradient  $l_{ss} < 5\mu m$ , les prédictions théoriques issues des trois modèles (isotherme, adiabatique et PIC) confirment que l'accélération des protons n'est que très faiblement affectée par le préchauffage de la face arrière de la cible. Au delà de ce seuil, l'énergie maximale du spectre des ions décroît brusquement. Nous notons que seul le modèle adiabatique est à même de décrire la décroissance pour les longueurs de gradients comprises entre cinq et quinze microns ; les simulations des codes PIC et isothermes sur-estiment ou sous-estiment les données expérimentales. Les grandes longueurs de gra-

<sup>3</sup>Les simulations ont été réalisées par E. d'Humières. Le code PIC a été développé par E. Lefebvre

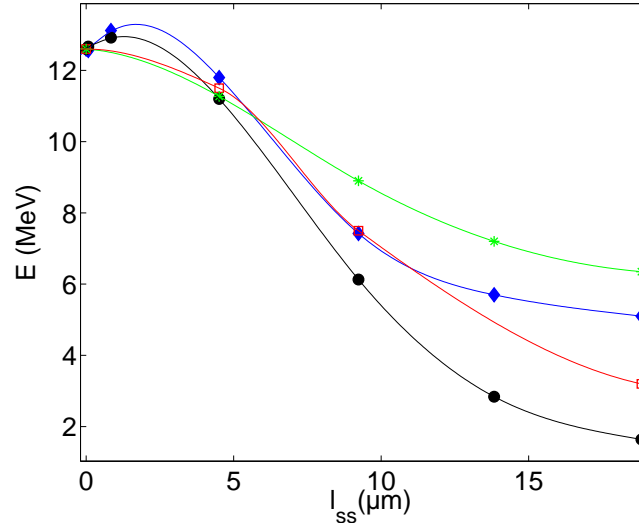


FIG. 5.4 – *Energie maximale des protons en fonction de la longueur de gradient ionique initiale  $l_{ss}$ . Courbe rouge : résultats expérimentaux; courbe verte : résultats PIC; courbe noire : résultats du modèle isotherme; courbe bleue : résultats du modèle adiabatique.*

dient,  $l_{ss} > 15\mu\text{m}$ , ne sont traitées en revanche convenablement que par la modélisation PIC.

### 5.3.3 Considérations finales

L'analyse des données expérimentales nous a permis de vérifier la pertinence des modèles isotherme et adiabatique. Nous ne sommes toutefois pas en mesure de conclure quant à la rigueur des courbes théoriques retraçant l'évolution de l'énergie finale en fonction de la longueur de gradient ionique initiale. Nos modélisations sont pour le moins encore assez simplistes et ne permettent de dégager que des considérations qualitatives. En revanche, il semble certain que l'accélération de protons n'est que peu dégradée dans le cas de longueur de gradient n'excédant pas un cinquième de largeur de cible (si la largeur de la cible reste elle-même assez mince,  $L < 20\lambda_{D0}$ ).

Troisième partie

Etude cinétique des électrons



# Chapitre 6

## Résolution de l'équation de Vlasov dans un potentiel lentement variable

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction . . . . .</b>	<b>111</b>
<b>6.2</b>	<b>Modèle cinétique . . . . .</b>	<b>113</b>
6.2.1	Principe . . . . .	113
6.2.2	Invariant adiabatique . . . . .	113
6.2.3	Résolution de l'équation de Vlasov . . . . .	116
<b>6.3</b>	<b>Exemple de potentiels analytiques . . . . .</b>	<b>117</b>
6.3.1	Potentiels de la forme $e\Phi(x, t) = h(t)\Psi(x)$ . . .	117
6.3.2	Potentiel auto-semblable . . . . .	119

---

### 6.1 Introduction

L'approche hybride des expansions de plasma a été utilisée dans les précédents chapitres. La réduction à un modèle fluide s'opère lorsque les fonctions de distribution des vitesses des espèces chargées sont localement Maxwellienne et-ou lorsque les phénomènes de résonance dans l'espace des vitesses se trouvent négligeables. Dans les études fluides, nous considérons la dynamique d'un fluide ionique couplée avec la dynamique d'un fluide électronique. Nous suivons l'évolution des différentes variables hydrodynamiques en résolvant la dynamique champ-matière d'une manière auto-consistante. Toutes les grandeurs hydrodynamiques sont calculées comme des moments de la fonction distribution. Les équations hydrodynamiques sont alors des couplages entre les différents moments. Ces équations montrent également que la dynamique d'un moment est généralement couplée avec celui d'ordre



supérieur. C'est le problème connu des hiérarchies des équations couplées. Pour résoudre le système, il convient de choisir une « relation de fermeture ». On considère dans notre cas que le gradient de pression et le gradient de densité sont liés entre eux à travers une équation locale :

$$\nabla P = k_B T_e \nabla n_e \quad (6.1)$$

La température électronique étant spatialement constante mais éventuellement dépendante du temps.

Dans le cas d'expansions de plasmas créés par laser, nous avons vu que nombre d'études tendent à considérer les ions froids ou de température négligeable par rapport à celle des électrons. Nous avons d'ailleurs vu au chapitre 1 qu'en supposant des températures initiales égales, les ions se refroidissaient rapidement dans l'expansion. Il est raisonnable de poser :  $T_e \gg T_i$  ; cette condition permet d'éliminer la pression ionique du système d'équations. Une autre simplification consiste à négliger l'inertie des électrons devant celle des ions ; leur faible masse autorise à envisager la population électronique en état d'équilibre sur l'échelle de temps relative à la dynamique ionique. Le champ électrique peut alors être exprimé à tout instant comme le gradient de la pression électronique. La distribution de Boltzmann n'est plus qu'une conséquence de la relation de fermeture choisie :

$$n_e = n_{e0} \exp \left( \frac{e\Phi}{k_B T_e} \right). \quad (6.2)$$

L'hypothèse d'une distribution de Boltzmann implique en théorie cinétique que la fonction de distribution des vitesses  $F_e$  électronique relaxe vers une Maxwellienne (état d'équilibre) sur l'échelle de temps hydrodynamique du plasma.

$$F_e(v, t) = n_e \left( \frac{m_e}{2\pi k_B T_e(t)} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{m_e v^2}{2k_B T_e(t)} \right). \quad (6.3)$$

Nous verrons en fait que seul un puits de potentiel de la forme,  $\Phi(x) \propto x^\alpha$ , lentement variable, conserve au cours du temps la forme de la fonction de distribution et plus particulièrement une distribution Maxwellienne si l'état d'équilibre est supposé à l'instant initial. En outre nous verrons qu'un tel potentiel n'est envisageable que dans l'approximation quasi-neutre du plasma. Dans le cas d'un puits de potentiel au profil quelconque, la quantité d'énergie perdue par les électrons lors de leurs nombreuses oscillations dans le potentiel n'est pas proportionnelle à leur énergie ; ceci entraîne nécessairement une distortion de la fonction de distribution.

La distribution de Boltzmann a été utilisée dans toutes les études d'expansion de plasma en approche fluide. Les résultats expérimentaux, comparables aux résultats théoriques, plaident en faveur de ces modèles fluides. Il semble toutefois intéressant de se pencher sur la validité de l'hypothèse d'une

distribution de Boltzmann pour les électrons. Nous nous proposons dans ce chapitre d'exposer une modélisation cinétique de la population électronique dans l'expansion du plasma en tenant compte des effets de charges inhérents à la structure d'un front d'ions.

## 6.2 Modèle cinétique

### 6.2.1 Principe

L'approche la plus générale de l'étude d'un système dynamique consiste à exprimer les différentes variables physiques en fonction du temps. Cependant l'intégration analytique des variables est en général impossible. Une autre approche consiste à rechercher des combinaisons de variables ( $x, v$  par exemple) qui restent constantes dans le référentiel de chaque particule du système ; les variations temporelles des variables sont ainsi compensées dans le mouvement. L'énergie est sûrement l'exemple le plus connu de ce type de combinaisons dans un système conservatif. Ces combinaisons de variables sont appelées invariants du mouvement et sont généralement homogènes en dynamique hamiltonienne à des actions. Voyons comment s'appliquent ces invariants dans la résolution de la dynamique du plasma.

Sur une échelle de temps très inférieure à l'inverse de la fréquence de collision, la dynamique collective non relativiste des électrons du plasma est décrite par l'équation de Vlasov

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v \frac{\partial f_e}{\partial x} + \frac{e}{m_e} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial f_e}{\partial v} = 0, \quad (6.4)$$

où  $f_e = f_e(x, v, t)$  est la fonction de distribution des électrons.

L'interprétation de l'équation de Vlasov peut être énoncée de la manière suivante : la valeur de la fonction de distribution se conserve le long de la trajectoire de chaque particule (ici des électrons),

$$\frac{df_e}{dt} = 0. \quad (6.5)$$

En analogie avec l'équation de Liouville, s'il existe des invariants du mouvement, alors toute fonction des invariants du mouvement est solution de l'équation de Vlasov. La forme de cette fonction peut être déterminée par les conditions initiales et les conditions de bord du système.

### 6.2.2 Invariant adiabatique

#### Hypothèses

S'il existe dans le système une séparation des échelles de temps, il est possible de construire un invariant adiabatique. Nous nous plaçons dans un système tel que l'expansion d'un plasma, où un gaz d'électrons non collisionnel

est situé dans un puits de potentiel électrostatique qu'il forme de manière auto-consistante avec les ions. Le puits de potentiel qui admet une symétrie en  $x = 0$  est considéré comme infini

$$\Phi(x = 0, t) = \Phi_0(t) \quad (6.6)$$

$$\Phi(x \rightarrow \pm\infty, t) \rightarrow -\infty. \quad (6.7)$$

Le potentiel est également supposé être une fonction monotone de l'espace. Le potentiel est supposé lentement variable. Nous entendons par là que le potentiel varie peu pendant une période d'un électron  $\mathcal{T}$

$$\frac{\mathcal{T}}{t_\Phi} = \mathcal{T} \left| \frac{1}{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right| \ll 1, \quad (6.8)$$

avec

$$\mathcal{T} = \int_0^{\mathcal{T}} dt = \sqrt{\frac{m_e}{2}} \oint \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi}}, \quad (6.9)$$

où  $\mathcal{E} = \frac{1}{2}m_e v^2 - e\Phi(x, t)$  désigne l'énergie totale d'un électron. L'intégration (6.9) ne s'effectue que pour les valeurs du chemin  $x$  pour lesquelles  $\mathcal{E} + e\Phi \geq 0$ . La condition (6.8) peut ne pas être vérifiée pour toutes les différentes énergie des électrons (typiquement dans le cas d'électrons de basse énergie effectuant leurs oscillations dans un potentiel à faible gradient). Pour pallier cet inconvénient, il suffit de considérer des périodes électroniques aussi petites que l'on souhaite, i.e.,  $m_e/m_i \rightarrow 0$ .

### Calcul de l'invariant

Cette démonstration est basée sur celle développée par [Landau & Lifshitz 1969] dans les systèmes mécaniques. Cet invariant a été proposé initialement dans le cadre d'une théorie cinétique par [Gurevich 1968].

Nous rappelons que les équations du mouvement formulées en mécanique hamiltonienne prennent la forme

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad (6.10)$$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}. \quad (6.11)$$

où  $p$  et  $q$  représentent respectivement les coordonnées et impulsion généralisées. Nous considérons le cas d'un électron. Soit  $H$  le Hamiltonien d'un électron d'énergie  $\mathcal{E}$ . Nous savons que la dérivée totale de l'énergie s'écrit

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} = -e \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (6.12)$$

Nous poserons dans le cadre de ce calcul  $\phi = -e\Phi$ . Nous calculons la moyenne de la variation d'énergie sur une période électronique; compte tenu de la lenteur de variation du potentiel, la moyenne s'exprime comme

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right\rangle = \left\langle \frac{\partial \phi}{\partial t} \right\rangle = \frac{1}{\mathcal{T}} \int_0^{\mathcal{T}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt. \quad (6.13)$$

La période s'écrit plus généralement en formalisme Hamiltonien

$$\mathcal{T} = \int_0^{\mathcal{T}} dt = \oint \frac{dq}{\partial H / \partial p}. \quad (6.14)$$

Dans le même formalisme, la valeur moyenne de la variation de l'énergie prend la forme

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right\rangle = \frac{\oint \frac{\partial \phi / \partial t}{\partial H / \partial p} dq}{\oint \frac{dq}{\partial H / \partial p}}. \quad (6.15)$$

Dans ces expressions, les intégrales sont calculées le long de la trajectoire de l'électron avec le potentiel constant. Sous cette condition, le Hamiltonien conserve la valeur de l'énergie  $\mathcal{E}$  et l'impulsion n'est fonction que du potentiel et de l'énergie,  $p(\mathcal{E}, \phi)$ . Identiquement, L'Hamiltonien est une fonction de l'impulsion et du potentiel. On obtient alors, en dérivant  $H(p, \phi) = \mathcal{E}$ ,

$$\frac{\partial p}{\partial \phi} = -\frac{1}{\partial H / \partial p} \quad (6.16)$$

On reporte désormais ce résultat dans le numérateur de l'expression (6.15) et, en remarquant que le terme différentiel du dénominateur peut s'écrire  $\partial p / \partial \mathcal{E}$ , l'expression (6.15) s'exprime maintenant

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right\rangle = -\frac{\oint \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial p}{\partial \phi} dq}{\oint \frac{\partial p}{\partial \mathcal{E}} dq} \quad (6.17)$$

ou

$$\oint \left( \frac{\partial p}{\partial \mathcal{E}} \left\langle \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right\rangle + \frac{\partial p}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) dq = 0 \quad (6.18)$$

On remarque enfin que cette égalité peut s'écrire

$$\left\langle \frac{dI}{dt} \right\rangle = 0, \quad (6.19)$$

où  $I$  désigne l'intégrale<sup>4</sup>

$$I = \oint p dq, \quad (6.20)$$

calculée en suivant l'électron dans son mouvement avec  $\mathcal{E}$  et  $\phi$  constants. Si la condition (6.8) est vérifiée, la quantité  $I$ , restant constante pendant l'évolution lente du potentiel, est appelée invariant adiabatique. L'invariant adiabatique est fonction de l'énergie et du temps,  $I = I(\mathcal{E}, t)$  (avec  $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t)$ ).

---

<sup>4</sup>cette intégrale est parfois normalisée au facteur  $2\pi$ ; ceci n'a toutefois de sens que si le mouvement de la particule est une rotation.

Nous notons que la dérivée partielle par rapport à l'énergie de l'invariant est la période du mouvement

$$\frac{\partial I}{\partial \mathcal{E}} = \oint \frac{\partial p}{\partial \mathcal{E}} dq = \mathcal{T}. \quad (6.21)$$

Nous attribuons également un sens géométrique à l'intégrale (6.20). Dans l'espace des phases  $(p, q)$ , la trajectoire que décrit l'électron est une courbe fermée. La surface intérieure que renferme la courbe est conservée dans l'évolution lente du potentiel.

### 6.2.3 Résolution de l'équation de Vlasov

Nous appliquons désormais les éléments de théorie cinétique que nous venons d'énoncer dans le cadre de la résolution de l'équation de Vlasov pour la population électronique.

Nous supposons que la condition (6.8) est satisfaite en considérant dans notre plasma  $m_e/m_i \rightarrow 0$ . La fonction de distribution des électrons n'est fonction alors que de l'invariant adiabatique (6.20)

$$f_e = f_e[I(\mathcal{E}, t)]. \quad (6.22)$$

L'invariant adiabatique n'est cependant calculable que si l'on connaît l'expression analytique du potentiel. Dans le cas contraire (potentiel auto-consistant), il est possible d'obtenir une nouvelle forme de l'équation de Vlasov en constatant que la fonction de distribution des électrons ne dépend plus que de l'énergie et du temps. On passe alors d'une équation différentielle à trois variables à une équation à deux variables en effectuant le changement de variable suivant

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}m_e v^2 - e\Phi(x, t) \quad (6.23)$$

$$t = t. \quad (6.24)$$

Les dérivées partielles des trois variables  $x$ ,  $v$  et  $t$  s'expriment en fonction des nouvelles variables

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} - e \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}} \quad (6.25)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = -e \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}} \quad (6.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial v} = m_e v \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}}. \quad (6.27)$$

L'équation (6.4) prend alors la forme suivante

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} - e \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial f_e}{\partial \mathcal{E}} = 0. \quad (6.28)$$

Les équation caractéristiques de la nouvelle équation cinétique (6.28) peuvent être légitimement déterminées par l'équation (6.15) qui s'écrit désormais

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -e \frac{\oint \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi}}}{\oint \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi}}}. \quad (6.29)$$

Par définition, la résolution des équations caractéristiques permet de résoudre l'équation cinétique (6.28) et d'en déduire par conséquent la fonction de distribution des électrons. Les périodes électroniques sont fonctions de la masse de l'électron ; bien que nous ayons posé  $m_e/m_i \rightarrow 0$  l'équation des caractéristiques s'en trouve inchangée puisqu'elle ne dépend pas explicitement de la masse.

## 6.3 Exemple de potentiels analytiques

### 6.3.1 Potentiels de la forme $e\Phi(x, t) = h(t)\Psi(x)$

Nous prenons, à titre d'exemple, un type de puits de potentiel pour lesquels les variables d'espace et de temps sont décorréliées

$$e\Phi(x, t) = h(t)\Psi(x), \quad (6.30)$$

où  $h$  une fonction du temps vérifiant la condition d'adiabacité (6.8) et  $\Psi$  une fonction de l'espace monotone pour  $|x| \geq 0$ .

Dans le cas de variables décorréliées, l'équation (6.29) se met sous la forme suivante du fait de la lente variation de  $h$  :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -e \frac{\partial h}{\partial t} \frac{\oint \Psi \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi}}}{\oint \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi}}} = \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial t} \left[ \mathcal{E} - \frac{\oint \sqrt{\mathcal{E} + e\Phi} dx}{\oint \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi}}} \right] \quad (6.31)$$

$$= \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial t} \left[ \mathcal{E} - \frac{I}{2\mathcal{T}} \right]. \quad (6.32)$$

L'équation (6.32) donne une formulation plus compacte de l'équation des caractéristiques, dans laquelle le rapport  $I/\mathcal{T}$  est *a priori* une fonction de  $\mathcal{E}$  et de  $t$ . Nous savons qu'une fonction de distribution reste maxwellienne au cours du temps si la variation d'énergie  $d\mathcal{E}/dt$  des particules est proportionnelle à leurs énergie  $\mathcal{E}$ . Ceci équivaut à rechercher la classe des potentiel  $\Psi$  dont le rapport  $I/\mathcal{T}$  est proportionnel à l'énergie. L'oscillateur linéaire dépendant du temps satisfait justement cette dernière condition ; son Hamiltonien et son invariant adiabatique s'écrivent

$$H = \frac{1}{2}m_e v^2 + \frac{1}{2}m_e \omega_e^2 x^2 \quad (6.33)$$

$$I = 2\pi \frac{\mathcal{E}}{\omega_e} = \mathcal{E}\mathcal{T}, \quad (6.34)$$

où  $\omega_e$  désigne la pulsation propre de l'électron dans le puits de potentiel. L'oscillateur linéaire n'est toutefois pas le seul potentiel à vérifier la condition  $I/\mathcal{T} \propto \mathcal{E}$ . On peut en effet montrer que tout potentiel dont l'expression analytique s'écrit en loi de puissance satisfait également cette propriété. Supposons qu'un potentiel soit de la forme :  $e\Phi(x, t) = h(t)\Psi(x) = -h(t)x^\alpha$ , avec  $\alpha > 0$ . L'invariant s'écrit

$$I = \sqrt{2m_e} \oint \sqrt{\mathcal{E} - h(t)x^\alpha} dx. \quad (6.35)$$

En posant le changement de variable  $t^\alpha = x^\alpha h/\mathcal{E}$ , on trouve

$$I = 4\sqrt{2m_e\mathcal{E}} \left(\frac{\mathcal{E}}{h}\right)^{1/\alpha} \int_0^1 \sqrt{1 - t^\alpha} dt = 4\sqrt{2m_e\mathcal{E}} \left(\frac{\mathcal{E}}{h}\right)^{1/\alpha} \mathcal{J}_\alpha, \quad (6.36)$$

avec  $0 < \mathcal{J}_\alpha < 1$ . On calcule de façon identique la période

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{m_e}{2}} \oint \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} - h(t)x^\alpha}} \quad (6.37)$$

$$= 4\sqrt{\frac{m_e}{2\mathcal{E}}} \left(\frac{\mathcal{E}}{h}\right)^{1/\alpha} \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1 - t^\alpha}} = 4\sqrt{\frac{m_e}{2\mathcal{E}}} \left(\frac{\mathcal{E}}{h}\right)^{1/\alpha} \mathcal{J}'_\alpha, \quad (6.38)$$

avec  $\mathcal{J}'_\alpha > 1$ . Le rapport entre l'invariant et la période est alors proportionnel à l'énergie

$$\frac{I}{\mathcal{T}} = 2 \frac{\mathcal{J}_\alpha}{\mathcal{J}'_\alpha} \mathcal{E}. \quad (6.39)$$

L'équilibre de Maxwell-Boltzmann est ainsi conservé pour tout potentiel dont la forme peut s'écrire en loi de puissance. Notons que, dans le cas limite  $\alpha \rightarrow \infty$ , l'invariant et la période ne sont plus fonctions respectivement que de  $\mathcal{E}^{1/2}$  et de  $\mathcal{E}^{-1/2}$ . Dans l'autre limite  $\alpha \rightarrow 0$ , l'invariant et la période divergent naturellement puisque le potentiel tend à être constant. Mentionnons enfin que dans un potentiel quadratique ( $\alpha = 2$ ), la période ne dépend plus de l'énergie de la particule ; si la condition d'adiabaticité du potentiel est vérifiée pour une particule, elle le sera également pour l'ensemble des particules.

Dans un potentiel quadratique lentement variable auto-consistant, [Baitin & Kuzanyan 1998] ont construit, à partir de l'invariant adiabatique, une solution auto-semblable de l'expansion d'un plasma dans la limite quasi-neutre. Une telle forme de potentiel conduit à un profil de densité (électronique ou ionique) gaussien à tout instant ( $t \geq 0$ ). La fonction de distribution électronique maxwellienne est caractérisée par une température dont la loi d'échelle temporelle coïncide avec celle que nous trouvons dans le cas d'une expansion adiabatique standard,  $T_e \propto t^{-2}$ . Une généralisation à trois dimensions des solutions auto-semblables dans un potentiel quadratique a été obtenue par [Dorozhkina & Semenov 1998] dans l'approximation quasi-neutre. Leurs solutions remarquables s'avèrent indépendantes du rapport des masses et des températures initiales électron/ion et demeurent valides pour une large gamme de

fonctions de distribution. Le modèle de [Dorozhkina & Semenov 1998] ne constitue en fait qu'un cas particulier des classes de solutions analytiques de l'équation de Vlasov dans ce type de problème. Les solutions exactes (dans l'approximation quasi-neutre) ont été trouvées par [Kovalev *et al.* 2001], [Kovalev *et al.* 2002] et [Kovalev & Bychenkov 2003] en appliquant la théorie des symétries de groupes de renormalisation (RGS) à l'équation de Vlasov. Cette théorie algébrique, déjà appliquée par les mêmes auteurs dans la résolution de l'équation de Schrödinger non-linéaire, permet ici de déterminer les transformations de l'espace des phases du plasma, i.e., les relations entre les couples  $(x', v')$  à  $t = 0$  et les couples  $(x, v)$  correspondant à un temps  $t$  donné de l'expansion. Les fonctions de distribution des deux espèces sont dans ce cas invariantes par les transformations du groupe de renormalisation ; en d'autres termes, les fonctions de distribution sont exprimées à un temps donné en fonction des couples initiaux  $(x', v')$ .

Ces résultats théoriques sont d'une importance notable dans la compréhension de l'évolution des fonctions de distribution mais sont par définition restreints à la limite quasi-neutre. Les solutions obtenues nécessitent des conditions initiales spécifiques corrélant les variables de l'espace des phases. Le chapitre 7 sera de ce fait consacré à l'étude de la fonction de distribution électronique dans un potentiel auto-consistant tenant compte des effets de séparation de charges.

### 6.3.2 Potentiel auto-semblable

Dans les puits de potentiel en loi de puissance, toutes les particules (électrons dans notre cas) sont soumises, lors de leurs oscillations, à une variation d'énergie proportionnelle à leur énergie. Si cette variation d'énergie reste du même signe (positive ou négative) pour l'ensemble des particules, la courbe représentative du profil spatial du potentiel à un temps donné  $t$  se situe nécessairement au dessus ou au dessous de celle relative à un temps ultérieur  $t + \Delta t$ . Par conséquent, ces courbes superposées sur un même graphe ne peuvent se « couper » en un point. La figure 6.1(a) illustre la trajectoire schématisée d'un électron dans un puits de potentiel quadratique. Dans cet exemple de potentiel, l'électron ne peut que perdre de l'énergie lors de son oscillation

$$\Delta \mathcal{E} = -e \oint \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi}} \simeq \sqrt{\frac{m_e}{2}} \frac{\partial h}{\partial t} \frac{e\pi}{h^{3/2}} \mathcal{E} < 0, \quad (6.40)$$

puisque  $\partial_t h < 0$ .

Le potentiel auto-semblable obtenu dans la résolution fluide de l'expansion quasi-neutre de l'expansion d'un plasma semi-infini,  $e\Phi_{ss} = -k_B T_e (1 + x/c_s t)$  ne peut réellement être qualifié de puits de potentiel. La géométrie semi-infinie brise en effet toute symétrie supposée. En revanche, il est possible de calculer la variation d'énergie de l'électron lors d'une demi-oscillation dans le potentiel. L'onde de raréfaction associée à l'expansion du plasma induit une



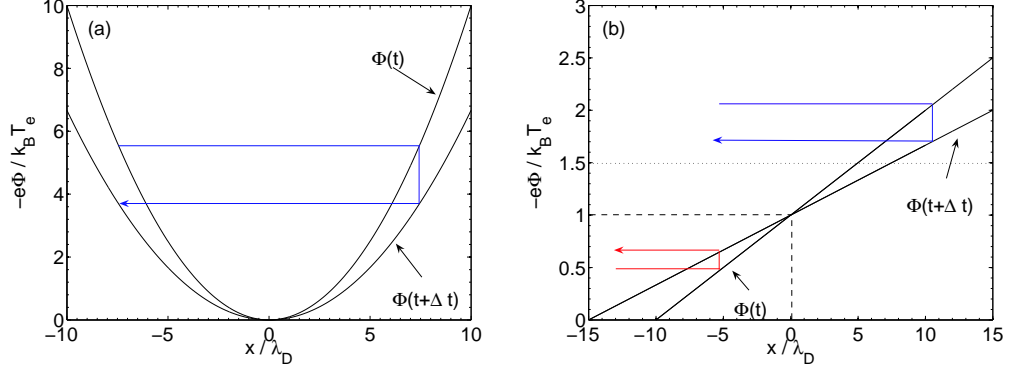


FIG. 6.1 – (a) : trajectoire schématique d'une oscillation d'électron dans un puit de potentiel quadratique lentement variable ; lors de la décroissance temporelle du potentiel, l'électron perd de l'énergie lors de ses oscillations. (b) : trajectoires schématiques d'une demi-oscillation de deux électrons dans le potentiel linéaire auto-semblable ; la trajectoire rouge indique un gain d'énergie ( $\mathcal{E} < 3k_B T_e/2$ ) alors que la trajectoire bleue montre une perte d'énergie ( $\mathcal{E} > 3k_B T_e/2$ ). Dans le cas (b), le potentiel est tracé pour les temps  $\omega_{pi}t = 10$  et  $\omega_{pi}t = 15$  ; ces temps ne résultent d'aucun calcul et sont choisis assez espacés pour illustrer la rotation du potentiel autour du pivot.

translation du potentiel vers les  $x$  négatifs en plus de la variation temporelle en  $1/t$  ; le potentiel tourne autour d'un « point de pivot » situé en  $x = 0$ . Cette situation est représentée sur la figure 6.1(b).

Il est aisé de s'assurer que, dans un tel potentiel, la condition d'adiabaticité est vérifiée pour la majeure partie des électrons. La demi-oscillation est définie par

$$\mathcal{T}_{1/2} = 2\sqrt{\frac{m_e}{2}} \int_{-c_s t}^{x_r} \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi_{ss}}} \simeq \frac{4}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{Zm_e}{m_i}} \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{k_B T_e}} t, \quad (6.41)$$

où  $x_r$  désigne le point de retour de l'électron. Si la variable auto-semblable n'excède pas certaines valeurs,  $\xi = x/c_s t \ll \sqrt{m_i/Zm_e}$ , le temps caractéristique du potentiel vaut  $t_\Phi = |\Phi/\partial_t \Phi| \simeq t$ . La condition (6.8) équivaut alors à

$$\mathcal{E} \gg k_B T_e \frac{Zm_e}{m_i}. \quad (6.42)$$

Sachant que  $Zm_e/m_i \ll 1$ , le temps de transit  $\mathcal{T}_{1/2}$  d'un électron dans le potentiel s'avère bien inférieur au temps caractéristique  $t_\Phi$ . La variation d'énergie lors du transit dépend de l'énergie de l'électron

$$\Delta\mathcal{E} = -\sqrt{\frac{em_e}{2}} \int_{-c_s t}^{x_r} \frac{\partial\Phi_{ss}}{\partial t} \frac{dx}{\sqrt{\mathcal{E} + e\Phi_{ss}}} \simeq \frac{4\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{Zm_e}{m_i}} \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{k_B T_e}} \left( \frac{3k_B T_e}{2} - \mathcal{E} \right). \quad (6.43)$$

L'expression (6.43) est identique à celle obtenue par [Mora & Pellat 1979]. La variation d'énergie  $\Delta\mathcal{E}$  était déduite d'un calcul au premier ordre des trajectoires des électrons dans le potentiel linéaire. Les trajectoires schématisées de deux électrons sont représentées sur la figure 6.1(b). On constate, conformément à l'expression (6.43), que les électrons froids gagnent de l'énergie tandis que les électrons chauds suivent la tendance inverse. Il serait abusif d'interpréter sur la figure 6.1(b) l'énergie associée au point de pivot,  $-e\Phi_{ss}(0) = k_B T_e$ , comme le seuil de gain ou de perte d'énergie. Ce seuil vaut  $\mathcal{E} = 3k_B T_e/2$  d'après (6.43). On comprend d'ailleurs qu'un électron d'énergie initiale  $\mathcal{E} = k_B T_e$  voit (en moyenne), au cours de sa trajectoire, un champ qui croît dans le temps; la variation d'énergie est donc positive. Le seuil  $\mathcal{E} = 3k_B T_e/2$  correspond à l'énergie d'un électron dont les variations temporelles du potentiel se compensent sur une demi-oscillation. Sachant que la variation est positive pour  $\mathcal{E} = k_B T_e$ , le seuil se situe nécessairement au-dessus de l'énergie relative au point de pivot.

Les calculs de variation d'énergie des électrons dans le potentiel auto-semblable révèlent que la fonction de distribution électronique ne peut satisfaire l'équilibre de Maxwell-Boltzmann au cours de l'expansion du plasma. [Mora & Pellat 1979] ont montré cependant que la densité électronique exacte diffère peu de celle obtenue sous l'hypothèse d'un équilibre conservé, pour des petites valeurs de la variable  $\xi$ .

L'existence d'un point de pivot dans le potentiel dépend des conditions initiales du problème. Dans le cas d'une densité ionique présentant initialement un profil gaussien, le potentiel de forme quadratique s'élargit avec le temps (en tout point  $x \neq 0$ , la valeur du potentiel baisse). La fonction de distribution électronique des vitesses reste maxwellienne dans la partie quasi-neutre. Dans la région de l'espace des phases relative aux zones non neutres (électrons de moyenne et haute énergie), la fonction de distribution est déformée. L'analyse des trajectoires électroniques dans le potentiel auto-semblable permet d'envisager l'évolution qualitative de la fonction de distribution dans un potentiel présentant un point de pivot. Si on choisit initialement un profil de densité discontinu (type fonction porte), le point associé à la discontinuité remonte le gradient de densité à la vitesse acoustique ionique. Nous avons vu que ceci entraîne une translation du potentiel dans le sens de propagation de l'onde de raréfaction et donne par conséquent naissance à un point de pivot. La fonction de distribution électronique subit une distortion due au réchauffement de la partie froide et au refroidissement de la partie chaude. En considérant une cible de largeur finie, le point de pivot existe tant que le centre de la cible n'est pas atteint par l'onde de raréfaction. Dans le modèle adiabatique du chapitre 2, cet instant correspond au temps caractéristique de refroidissement. Ce critère demeure valable dans un modèle cinétique. En l'absence de point de pivot, l'ensemble des électrons perdent de l'énergie lors de leurs oscillations; la population électronique se refroidit localement et globalement. L'équilibre de Boltzmann n'est toutefois pas conservé et le prochain chapitre a pour but de quantifier les distortions de la fonction de distribution

dans l'ensemble du plasma.

# Chapitre 7

## Evolution de la fonction de distribution électronique

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Modèle théorique hybride . . . . .</b>	<b>123</b>
7.1.1	Equations régissant l'expansion . . . . .	123
7.1.2	Conditions initiales et conditions limites . . . .	124
<b>7.2</b>	<b>Résolution numérique . . . . .</b>	<b>124</b>
7.2.1	Equation des caractéristiques . . . . .	124
7.2.2	Construction de la fonction de distribution . .	126
7.2.3	Résolution de l'équation de Poisson . . . . .	127
7.2.4	Stabilité du code . . . . .	130
<b>7.3</b>	<b>Evolution globale de la fonction de distribution</b>	<b>130</b>
<b>7.4</b>	<b>Comparaisons des modèles . . . . .</b>	<b>136</b>
7.4.1	Fonction de distribution des vitesses . . . . .	136
7.4.2	Profils spatiaux . . . . .	138
7.4.3	Energie thermique . . . . .	138
7.4.4	Vitesse finale . . . . .	140

---

### 7.1 Modèle théorique hybride

#### 7.1.1 Equations régissant l'expansion

Nous disposons désormais de tous les éléments théoriques nécessaires à la résolution d'un modèle théorique hybride du plasma. Aucune équation d'état n'est supposée pour décrire la population électronique ; la fonction de distribution des électrons, *a priori* hors équilibre, contient toutes les informations à même de traiter la dynamique rapide du plasma. En considérant un rapport des masses tel que  $m_e/m_i \rightarrow 0$ , la condition d'adiabaticité du

potentiel est toujours vérifiée. La fonction de distribution est alors fonction de l'invariant adiabatique et ne dépend que des variables  $\mathcal{E}$  et  $t$ . L'équation de Vlasov se réduit à la forme

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} - e \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{\partial f_e}{\partial \mathcal{E}} = 0. \quad (7.1)$$

Sur l'échelle de temps lente du plasma, les ions froids sont régis par les équation fluides de continuité et de mouvement

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) n_i = -n_i \frac{\partial v}{\partial x} \quad (7.2)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) v = -\frac{Ze}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (7.3)$$

En s'affranchissant de l'approximation quasi-neutre, le potentiel électrostatique est déterminé par l'équation de Poisson

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} &= \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - Zn_i) \\ n_e(x, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_e dv. \end{aligned} \quad (7.4)$$

### 7.1.2 Conditions initiales et conditions limites

Les conditions initiales sont identiques à celles que nous avons employées dans le chapitre 2. Les ions suivent initialement une distribution de densité uniforme  $n_{i0}$  dans une cible de largeur  $L$ . Une fonction de distribution de Maxwell-Boltzmann est supposée pour décrire l'équilibre des électrons à  $t = 0$ . La température initiale est notée  $T_{e0}$  à laquelle correspond une vitesse thermique  $v_{th0} = (k_B T_{e0} / m_e)^{1/2}$ . La distribution de densité des électrons coïncide à l'instant initial avec l'équilibre de Boltzmann supposé dans le cas standard ; dans la partie non perturbée du plasma, on définit la densité  $n_{e0} = Zn_{i0}$ .

Nous rappelons les conditions aux limites auxquelles obéissent le champ et le potentiel qui ont été évoquées précédemment. Le champ est toujours nul au centre de la cible (qui est aussi le point de symétrie du système) et à l'infini. Le potentiel ne satisfait aucune condition spéciale au centre et dépend donc du temps ; il diverge à l'infini [voir chapitre 6].

## 7.2 Résolution numérique

### 7.2.1 Equation des caractéristiques

Sachant que nous ne pouvons calculer l'invariant adiabatique des électrons puisque la forme du potentiel est *a priori* inconnue à tout instant  $t > 0$ , seul la résolution de l'équation des caractéristiques permet de retracer l'évolution

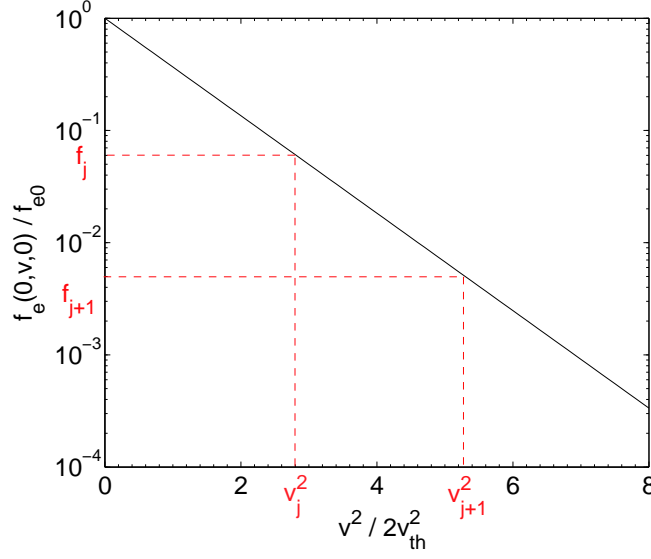


FIG. 7.1 – *discrétisation de la fonction des vitesses au centre de la cible à l’instant initial ; les lignes pointillés rouges établissent la correspondance entre les valeurs de la fonction  $f_j$  et les valeurs des vitesses  $v_j$ . L’écart  $\Delta v_{j+1} = v_{j+1} - v_j$  est pris à titre indicatif et ne représente pas la réelle discrétisation.*

de la fonction de distribution des électrons. L’équation des caractéristiques peut être interprétée comme une généralisation cinétique de l’équation d’évolution temporelle de la température du cas standard. La résolution numérique de l’expansion du plasma s’avère alors identique dans la mesure où l’équation des caractéristiques peut être précisément intégrée. Pour ce faire, nous avons procédé à une discrétisation de la fonction de distribution. La figure 7.1 illustre la discrétisation de la fonction des vitesses au centre de la cible à l’instant initial. Nous utilisons dans notre modèle une propriété de l’équation de Vlasov : la valeur de la fonction de distribution se conserve le long des trajectoires des électrons. Ainsi d’après la figure 7.1, si  $v_j = v_j(t)$  désigne la vitesse d’électrons « virtuels » indiscernables dans l’expansion du plasma, la densité de probabilité  $f_j$  reste constante en suivant leur mouvement.

Supposons le potentiel connu à un instant ainsi que sa dérivée partielle temporelle en tout point, on peut alors calculer numériquement la variation d’énergie totale  $\delta\mathcal{E}_j$  des électrons de vitesses  $v_j$ . Cette variation est calculée par souci de simplicité au centre de la cible

$$\delta v_j^2 = v_j^2(t + \delta t) - v_j^2(t) = \frac{2}{m_e} (\delta\mathcal{E}_j + e\delta\Phi(0, t)) \quad (7.5)$$

$$\delta\mathcal{E}_j = \left\langle \frac{d\mathcal{E}_j}{dt} \right\rangle \delta t. \quad (7.6)$$

Il suffit alors de substituer les vitesses  $v_j$  aux anciennes pour obtenir la nouvelle forme de la fonction de distribution des vitesses au centre. Comme la

fonction de distribution ne dépend réellement que de l'énergie des électrons, la connaissance du potentiel permet de reconstruire l'ensemble de la fonction de distribution en tout point du plasma.

### 7.2.2 Construction de la fonction de distribution

La construction de la fonction de distribution des électrons doit être soigneusement réalisée car c'est à travers son intégration que le potentiel électrostatique est déterminé. Une densité électronique approximative aurait pour conséquence une accumulation dramatique d'erreurs dans la résolution de la dynamique du plasma si tant est que le code numérique préserve sa stabilité.

La fonction de distribution discrétisée doit correspondre, à l'instant initial, à une distribution de Maxwell-Boltzmann. A un temps  $t$  de l'expansion, chaque tranche d'électrons relative à une gamme d'énergie  $\Delta\mathcal{E}_{j+1} = \mathcal{E}_{j+1} - \mathcal{E}_j$  est caractérisée par une température  $T_j$ , *a priori* fonction du temps (à l'instant initial,  $T_j = T_{e0}$ ).

La fonction de distribution électronique peut être écrite comme une somme de sous fonctions de distribution de Maxwell-Boltzmann  $h_j$ , de la manière suivante :

$$f_e(x, v, t) = \sum_{-\infty}^{\infty} h_j(x, v, t) \Pi_j(v, x) \quad (7.7)$$

Où les fonctions portes  $\Pi_j$  s'expriment à l'aide de fonctions d'Heavyside  $\mathcal{H}$  :

$$\Pi_j(v, x) = \mathcal{H}(v - u_j) - \mathcal{H}(v - u_{j+1}). \quad (7.8)$$

où les  $u_j$  représentent les bornes de définition des fonctions  $h_j$ ,

$$u_j = \sqrt{v_j^2 + \frac{2e(\Phi(x, t) - \Phi(0, t))}{m_e}} \quad (7.9)$$

Les vitesses  $u_j$  correspondent également aux vitesses des électrons en tout point du plasma. L'équation (7.9) exprime le fait que la fonction de distribution ne dépend que de l'énergie des électrons. Les distributions de Maxwell-Boltzmann  $h_j$  s'écrivent

$$h_j(x, v, t) = \alpha_j F_j(x, v, t) = \alpha_j \frac{n_{e0}}{\sqrt{2\pi}v_{th0}} \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_j}\right) \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{thj}^2}\right) \quad (7.10)$$

avec

$$\alpha_j = f_j \exp\left(\frac{\mathcal{E}_j}{k_B T_j}\right) \quad (7.11)$$

où les  $f_j$  sont les valeurs normalisées de la fonction de distribution au centre de la cible,

$$f_j = f_e(x = 0, v_j, t) \frac{\sqrt{2\pi}v_{th0}}{n_{e0}} \quad (7.12)$$

et  $\mathcal{E}_j = H_j(x, v_j, t)$  avec  $H_j$  les Hamiltoniens des électrons :

$$H_j = \frac{m_e v_j^2}{2} - e\Phi(0, t). \quad (7.13)$$

Les  $\alpha_j$  sont définis de manière à assurer la continuité  $C_0$  entre les distributions  $h_j$ . Cette continuité se traduit par la relation :

$$f_{j+1} = f_j \exp\left(\frac{\mathcal{E}_j - \mathcal{E}_{j+1}}{k_B T_j}\right) \quad (7.14)$$

Notons que l'on retrouve également l'expression des coefficients  $\alpha_j$  par la relation  $\alpha_j F_j(v_j) = n_{e0} f_j / \sqrt{2\pi} v_{th0}$ .

Dans le code de simulation, la fonction de distribution est discrétisée sur 31 points avec  $v_0 = 0$  et  $v_{29} = 6v_{th0}$  à l'instant initial, tandis que le dernier point est « envoyé » à l'infini :  $v_{30} = \infty$  et  $f_{30} = 0$  ; la dernière température gardant sa valeur initiale  $T_{29} = T_{e0}$ .

### 7.2.3 Résolution de l'équation de Poisson

#### Partie plasma $x \leq x_f$

La méthode de résolution de l'équation de Poisson est identique à celle que nous avons décrite dans le chapitre 1. Nous rappelons que la valeur du champ au front constitue la deuxième condition de bord du champ pour la résolution du potentiel dans la partie plasma  $x \leq x_f$ . Lorsque l'équilibre de Boltzmann n'est pas supposé, la densité électronique est une fonction inconnue du potentiel. On calcule la densité comme le premier moment de la fonction de distribution

$$n_e(x, t) = n_e(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} f_e dv \quad (7.15)$$

Conformément à notre discrétisation, la densité s'écrit

$$n_e(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{-\infty}^{\infty} h_j(x, v, t) \Pi_j(v) dv \quad (7.16)$$

En inversant les signes  $\sum$  et  $\int$ , on obtient

$$n_e(x, t) = 2 \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \alpha_j \int_{u_j}^{u_{j+1}} F_j(x, v, t) dv + \alpha^* \int_0^{u_k} F^*(x, v, t) dv \right], \quad (7.17)$$

où  $u_k$  est défini comme le premier  $u_j \in \mathbb{R}$ . Le coefficient  $\alpha^* = f_k \exp(\mathcal{E}_k / T_{k-1})$  est déduit de l'équation (7.14) et  $F^* = F_{k-1}$ . Les intégrales de l'équation (7.17) peuvent s'exprimer sous forme de fonctions erreur définies par :

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (7.18)$$



la densité s'écrit finalement :

$$n_e(x, t) = \frac{n_{e0}}{v_{th0}} \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \beta_j \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_j}\right) + \beta^* \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_{k-1}}\right) \right] \quad (7.19)$$

avec

$$\begin{aligned} \beta_j &= \alpha_j v_{thj} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{u_{j+1}}{\sqrt{2}v_{thj}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{u_j}{\sqrt{2}v_{thj}}\right) \right], \\ \beta^* &= \alpha^* v_{th_{k-1}} \operatorname{erf}\left(\frac{u_k}{\sqrt{2}v_{th_{k-1}}}\right) \end{aligned}$$

A l'instant initial, on remarque que  $\alpha_j = \alpha_0 = 1$ , la somme dans l'expression (7.19) se réduit à  $\operatorname{erf}(\infty) = 1$  en ayant auparavant sorti les termes en  $\exp(e\Phi/k_B T_j)$  qui ne dépendent plus de l'indice puisque les températures  $T_j$  sont égales. On retrouve donc la distribution de Boltzmann.

Connaissant l'expression analytique de la densité, nous pouvons désormais déterminer celle du champ électrique au front. L'intégration de l'équation de Poisson dans le vide entre  $x_f$  et  $x = \infty$  donne

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_0 E_f^2}{2} &= e \int_{\Phi_f}^{-\infty} n_e(\Phi) d\Phi \\ &= \frac{en_{e0}}{v_{th0}} \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \int_{\Phi_f}^{-\mathcal{E}_j} \beta_j \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_j}\right) d\Phi + \int_{\Phi_f}^{-\mathcal{E}_k} \beta^* \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_{k-1}}\right) d\Phi \right]. \end{aligned} \quad (7.20)$$

On définit l'intégrale

$$\mathcal{K}_j^n = e \int_{\Phi_f}^{-\mathcal{E}_n} \operatorname{erf}\left(\frac{u_n}{\sqrt{2}v_{thj}}\right) \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_j}\right) d\Phi. \quad (7.21)$$

Une expression exacte de l'intégrale (7.21) est obtenue en intégrant par deux fois par partie le produit sous le signe  $\int$

$$\mathcal{K}_j^n = k_B T_j \left[ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{u_n(\Phi_f)}{v_{thj}} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}_n}{k_B T_j}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{u_n(\Phi_f)}{\sqrt{2}v_{thj}}\right) \exp\left(\frac{e\Phi_f}{k_B T_j}\right) \right].$$

On en déduit

$$E_f = \left( \frac{2n_{e0}}{\epsilon_0 v_{th0}} \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \alpha_j v_{thj} (\mathcal{K}_j^{j+1} - \mathcal{K}_j^j) + \alpha^* v_{th_{k-1}} \mathcal{K}_{k-1}^k \right] \right)^{1/2}. \quad (7.22)$$

Il ne reste alors plus qu'à linéariser l'équation de Poisson [voir chapitre 1]. En effectuant un développement de la densité au premier ordre, l'équation de Poisson devient

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{e}{\epsilon_0} \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_a} \right) \Phi = \frac{e}{\epsilon_0} \left( n_e(\Phi_a) - \Phi_a \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_a} - n_i \right), \quad (7.23)$$

où  $\Phi_a$  désigne la valeur approchée du potentiel et

$$\frac{\partial n_e}{\partial \Phi} = \frac{n_{e0}}{v_{th0}} \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \gamma_j \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_j}\right) + \gamma^* \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_{k-1}}\right) \right] \quad (7.24)$$

avec

$$\begin{aligned} \gamma_j &= \frac{2e\alpha_j}{\sqrt{2\pi m_e}} \left[ \frac{1}{u_{j+1}} \exp\left(\frac{u_{j+1}^2}{2v_{thj}^2}\right) - \frac{1}{u_j} \exp\left(\frac{u_j^2}{2v_{thj}^2}\right) \right] \\ \gamma^* &= \frac{2e\alpha^*}{\sqrt{2\pi m_e}} \frac{1}{u_k} \exp\left(\frac{u_k^2}{2v_{th_{k-1}}^2}\right) \end{aligned}$$

Les coefficients du système linéaire correspondant à la discrétisation de l'équation de Poisson figurent dans l'annexe C.

### Partie vide d'ions $x \geq x_f$

Le calcul du champ électrique dans la partie vide d'ions  $x \geq x_f$  est obtenu directement en changeant dans l'expression (7.20) la borne d'intégration  $\Phi_f$  par  $\Phi$  (avec  $\Phi = \Phi(x)$  tel que  $x > x_f$ ). On peut alors écrire la différentielle du potentiel à un temps donné

$$d\Phi = - \left( \frac{2n_{e0}}{\epsilon_0 v_{th0}} \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \alpha_j v_{thj} (\mathcal{K}_j^{j+1} - \mathcal{K}_j^j) + \alpha^* v_{th_{k-1}} \mathcal{K}_{k-1}^k \right] \right)^{1/2} dx, \quad (7.25)$$

où l'intégrale  $\mathcal{K}_j^n$  est naturellement évaluée en  $\Phi$ . On procède ensuite comme au chapitre 2 en introduisant la nouvelle fonction

$$u_\Phi = \exp\left(\frac{-e\Phi}{2k_B T_{e0}}\right) - \exp\left(\frac{-e\Phi_f}{2k_B T_{e0}}\right). \quad (7.26)$$

La différentielle de la fonction  $u_\Phi$  s'exprime en fonction de celle du potentiel

$$du_\Phi = -\frac{e}{2k_B T_{e0}} \exp\left(\frac{-e\Phi}{2k_B T_{e0}}\right) d\Phi. \quad (7.27)$$

On exprime alors d'après (7.26), le potentiel en fonction de  $u_\Phi$  :

$$\Phi(x, t) = \Phi_f - \frac{2k_B T_{e0}}{e} \ln \left[ 1 + u_\Phi \exp\left(\frac{e\Phi_f}{2k_B T_{e0}}\right) \right], \quad (7.28)$$

où la fonction  $u_\Phi$  résulte de l'intégration numérique de (7.27) entre  $x_f$  et  $x$ .

### 7.2.4 Stabilité du code

La stabilité du code est notamment assurée par la convergence du système itératif de la résolution de l'équation de Poisson vers une valeur du potentiel à un temps donné. On remarque que le système converge lorsque la constance des invariants adiabatiques est respectée.

Il est possible de calculer l'invariant adiabatique à l'instant initial puisque nous connaissons d'une part la forme approchée<sup>5</sup> du potentiel dans la partie plasma [voir chapitre 1] et d'autre part l'expression exacte du potentiel dans la partie vide d'ions. On définit pour  $x \leq x_f$

$$I_1 = 4\sqrt{2m_e} \int_0^{x_r} \sqrt{\mathcal{E} + e\Phi} dx.$$

On obtient dans en prenant  $e\Phi(x, 0) \simeq -k_B T_{e0} \exp((x - L/2)/\lambda_{D0})$

$$I_1 = 8\sqrt{2} \frac{k_B T_{e0}}{\omega_{pe}} \left[ \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{k_B T_{e0}}} \operatorname{argth} \left( \sqrt{1 - \frac{k_B T_{e0} e^{-L/2\lambda_{D0}}}{\mathcal{E}}} \right) - \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{k_B T_{e0}} - e^{-L/2\lambda_{D0}}} \right], \quad (7.29)$$

et pour  $x \geq x_f$

$$\begin{aligned} I_2 &= 4\sqrt{2m_e} \int_{x_f}^{x_r} \sqrt{\mathcal{E} + e\Phi} dx \\ &= 4 \frac{k_B T_{e0}}{\omega_{pe}} \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{\mathcal{E} - k_B T_{e0}}{2k_B T_{e0}}} \right) \exp \left( \frac{\mathcal{E} - k_B T_{e0}}{2k_B T_{e0}} \right) - \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{k_B T_{e0}} - 1} \right], \end{aligned} \quad (7.30)$$

où  $\omega_{pe}$  désigne la pulsation plasma électronique et  $x_r$  le point de retour de l'électron dans le potentiel. Pour un électron dont l'énergie initiale est inférieure à  $k_B T_{e0}$ , l'invariant vaut  $I = I_1$ , dans le cas contraire,  $I = I_1 + I_2$ .

Nous avons vérifié que pour toutes les énergies  $\mathcal{E}_j$ , les invariants correspondants étaient égaux aux expressions (7.29) et (7.30) et conservaient leur valeur initiale au cours de l'expansion.

## 7.3 Evolution globale de la fonction de distribution

Pour illustrer l'évolution de la fonction de distribution et de l'espace des phases dans l'expansion, nous avons choisi une tranche de plasma d'épaisseur initiale  $L = 40\lambda_{D0}$ .

L'évolution de la fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases  $(x, v)$  est représentée sur les figures 7.2 à 7.9. La fonction de distribution est normalisée à sa valeur initiale au centre de la cible  $f_{e0} = f_e(0, 0, 0)$

---

<sup>5</sup>nous avons vérifié que cette forme diffère très peu de la courbe numérique.

et seul un quart de l'espace des phases est considéré du fait de la symétrie en espace et en vitesse de l'expansion. Nous avons choisi deux types de représentation complémentaires. Les figures 7.2, 7.4, 7.6, 7.8 illustrent la surface de la fonction de distribution pour les temps  $\omega_{pi}t = 0$ ,  $\omega_{pi}t = 20$ ,  $\omega_{pi}t = 50$  et  $\omega_{pi}t = 100$ . Le maillage dont les pas se rétrécissent au voisinage du front [voir chapitre 1] permet d'observer sur ces figures la position du front d'ions qui correspond à la zone ombrée. Sur les figures 7.3, 7.5, 7.7 et 7.9, les lignes noires, séparant les différentes zones d'intensité, représentent les isocontours de la fonction de distribution définis à un temps  $t$  par  $f_e(x, v, t) = c^{ste}$ . Ces isocontours dessinent également les trajectoires des électrons dans l'espace des phases au temps considéré.

A  $\omega_{pi}t = 0$ , on peut distinguer sur la figure 7.2 la distribution maxwellienne des vitesses en  $x = 0$  ainsi que la distribution de Boltzmann que suit la densité électronique. Dans l'espace des phases de la figure 7.3, les trajectoires des électrons revêtent une forme approximativement rectangulaire (si l'on tient compte de l'ensemble de l'espace des phases). Une telle forme est prévisible sachant que le potentiel initial est approximé par l'expression, pour  $x \leq x_f$ ,  $e\Phi(x, 0) \simeq -k_B T_{e0} \exp((x - L/2)/\lambda_{D0})$ . Le potentiel est quasiment nul jusqu'à  $x \simeq 16\lambda_{D0}$ , ce qui explique les trajectoires à vitesse constante des électrons. C'est à partir de ce point que le potentiel croît exponentiellement ; il constitue pour les électrons de moyenne énergie le point de retour dans leur oscillation.

Le temps suivant,  $\omega_{pi}t = 20$  correspond au temps de refroidissement défini au chapitre 2. On note de prime abord que la distribution des vitesses n'est plus maxwellienne. La fonction de distribution s'étend désormais dans l'espace des positions et s'est déjà rétrécie dans l'espace des vitesses dans la partie plasma ( $x \leq x_f$ ). On note cependant un chauffage des électrons de basse énergie. L'espace des phases de la figure 7.5 montre l'évolution des trajectoires qui présentent désormais des formes radicalement différentes. La « bosse » visible sur la majorité des trajectoires indique approximativement la position du front d'ions,  $x_f \simeq 70\lambda_{D0}$ . Ces trajectoires traduisent les différentes courbures du potentiel électrostatique et plus particulièrement la forte courbure négative du potentiel dans la partie vide d'ions ; nous savons que des trajectoires de nature elliptique indiqueraient la présence d'un potentiel de courbure positive (quadratique ou en loi de puissance).

Pour les temps  $\omega_{pi}t = 50$  et  $\omega_{pi}t = 100$ , les surfaces de la fonction de distribution présentent une forme semblable, où l'on remarque essentiellement un net refroidissement de la population électronique. L'espace des phases correspondant n'est tracé que pour les particules de basse énergie qui représentent la majorité des électrons. Les trajectoires des électrons de haute énergie diffèrent peu de celles des électrons de basse énergie ; leur forme reste similaire à celle que nous avons détaillée pour le temps  $\omega_{pi}t = 20$ . Les trajectoires tendent naturellement à se contracter dans l'espaces des vitesses pour s'élargir dans l'espace des positions.

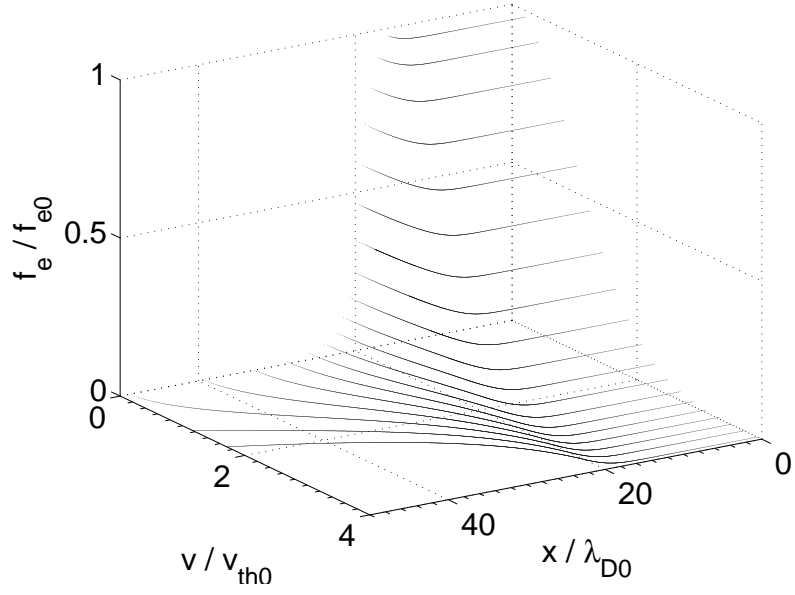


FIG. 7.2 – *Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 0$ .*

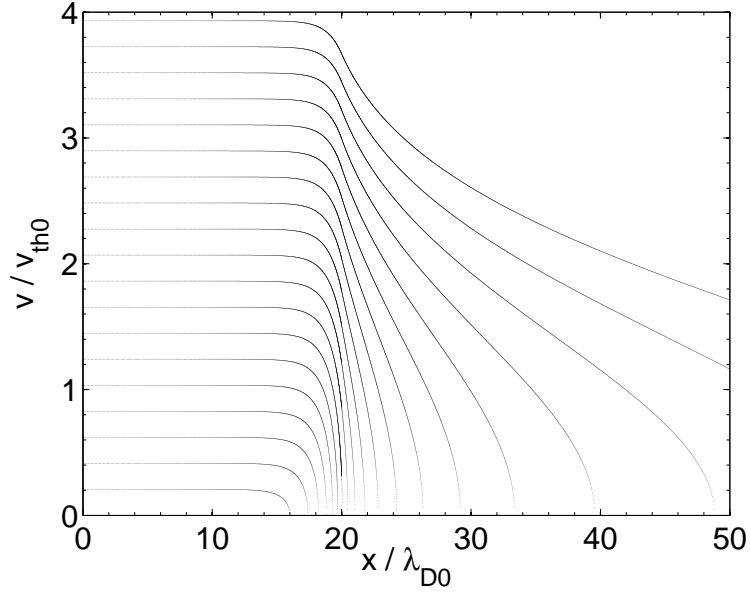


FIG. 7.3 – *Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 0$ ; les lignes noires représentent les isocontours.*

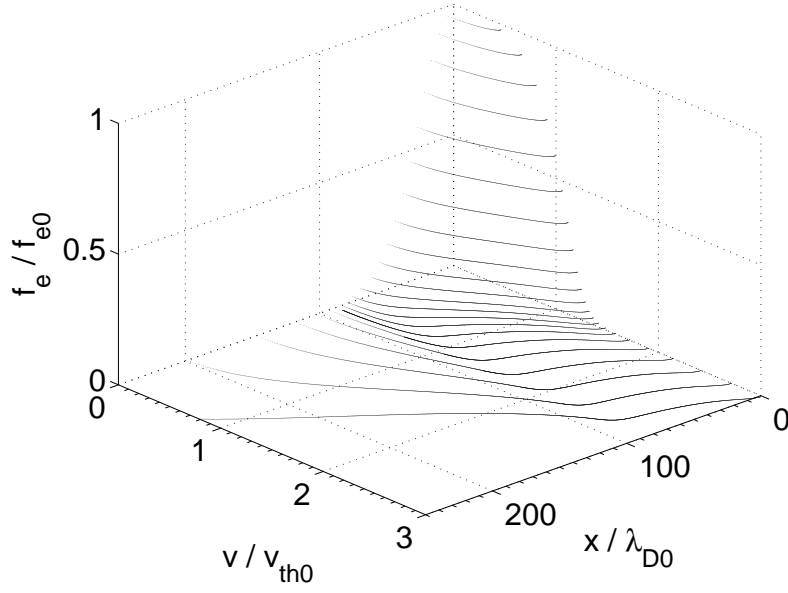


FIG. 7.4 – *Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 20$ .*

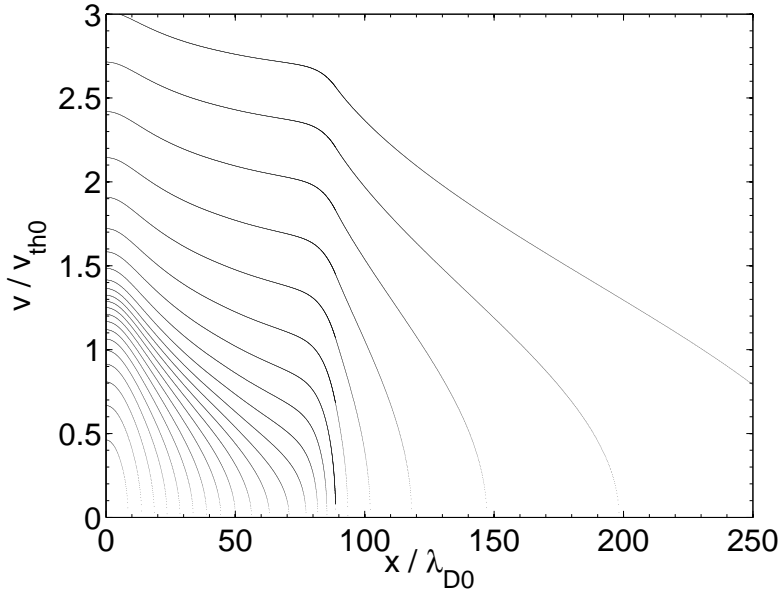


FIG. 7.5 – *Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 20$ ; les lignes noires représentent les isocontours..*

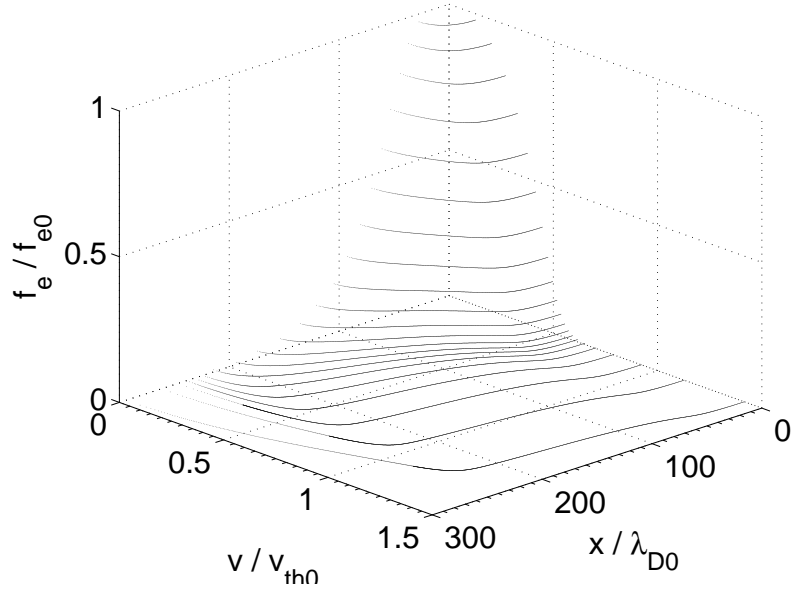


FIG. 7.6 – *Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 50$ .*

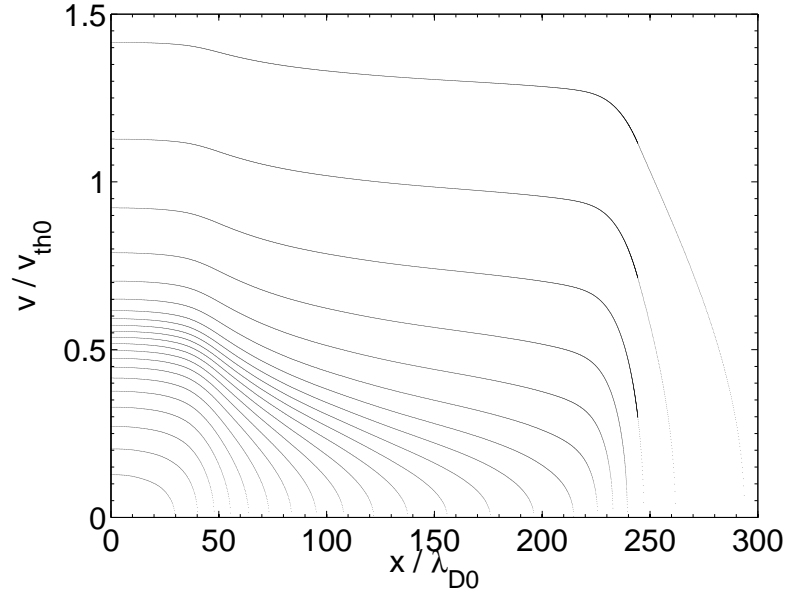


FIG. 7.7 – *Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 50$ ; les lignes noires représentent les isocontours..*

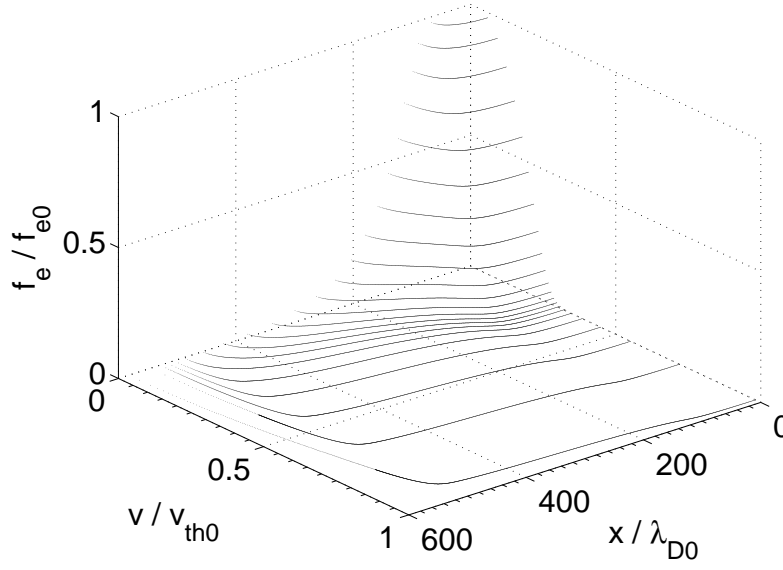


FIG. 7.8 – Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 100$ .

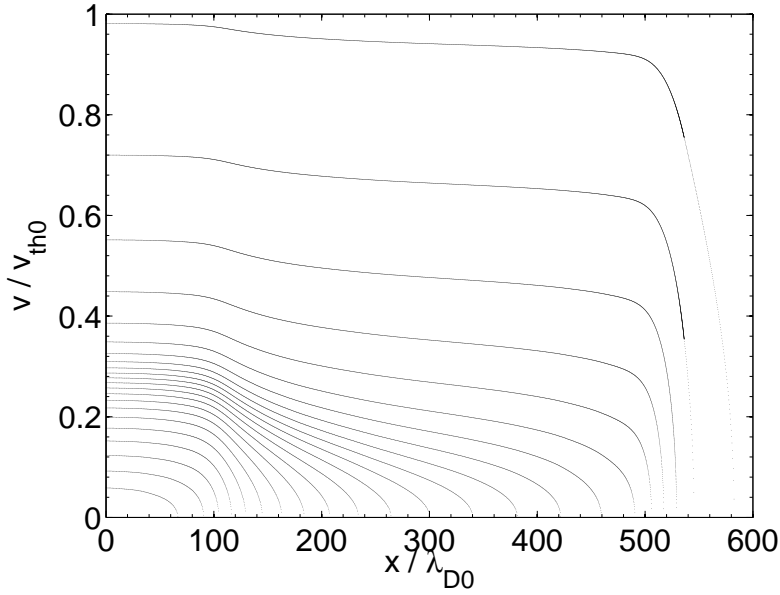


FIG. 7.9 – Fonction de distribution des électrons dans l'espace des phases à  $\omega_{pi}t = 100$  ; les lignes noires représentent les isocontours..



## 7.4 Comparaisons des modèles

Nous présentons dans cette section une comparaison du modèle cinétique avec le modèle adiabatique du chapitre 2 ainsi qu'avec des résultats provenant d'un code PIC développé par J. C. Adam et A. Héron. Le code PIC utilisé est non relativiste et l'ensemble des paramètres initiaux sont strictement identiques à ceux du modèle cinétique.

### 7.4.1 Fonction de distribution des vitesses

Afin de procéder à une analyse plus quantitative des distorsions de la fonction de distribution, nous avons représenté sur les figures 7.10(a) et 7.10(b) la distribution des vitesses au centre de la cible pour les temps  $\omega_{pi}t = 30$  et  $\omega_{pi}t = 100$ . On peut ici vérifier la précision de notre modèle cinétique tant

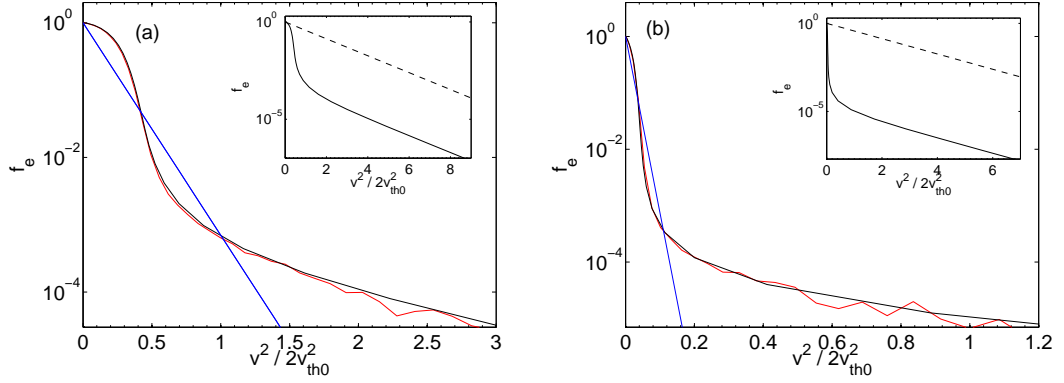


FIG. 7.10 – (a) : fonction de distribution des vitesses à  $\omega_{pi}t = 30$  ; (b) : fonction de distribution des vitesses à  $\omega_{pi}t = 100$ . Courbe noire : modèle cinétique, courbe rouge : code PIC, courbe bleu : modèle adiabatique ; la courbe en pointillés indique la fonction de distribution initiale. Les fonctions de distributions sont normalisées à  $f_e(0, 0, 0)$ .

notre fonction de distribution des vitesses (courbe noire) se confond avec celle provenant des résultats PIC. La maxwellienne correspondant à la température évaluée dans le modèle adiabatique est tracée en bleu. La maxwellienne indique ici la proportion du chauffage des électrons de basse énergie pendant le début de l'expansion ( $t < L/2c_{s0}$ ) ainsi que le refroidissement des électrons de moyenne énergie. La discussion du chapitre 6 sur les conséquences d'un point de pivot présent dans le potentiel avait prévu cette asymétrie<sup>6</sup>. Notons de plus que cette asymétrie est encore marquée au temps  $\omega_{pi}t = 30$  alors qu'elle a pratiquement disparu au temps  $\omega_{pi}t = 100$  ; ceci s'interprète par

<sup>6</sup>L'asymétrie se rapporte au gain d'énergie positif pour les électrons de basse énergie et au gain négatif pour ceux de moyennes et haute énergie.

le refroidissement global de la population électronique. Cette analyse s'avère beaucoup plus aisée si l'on se penche sur la figure 7.11(a), illustrant les caractéristiques en énergie cinétique des électrons. Seuls les électrons, dont l'énergie

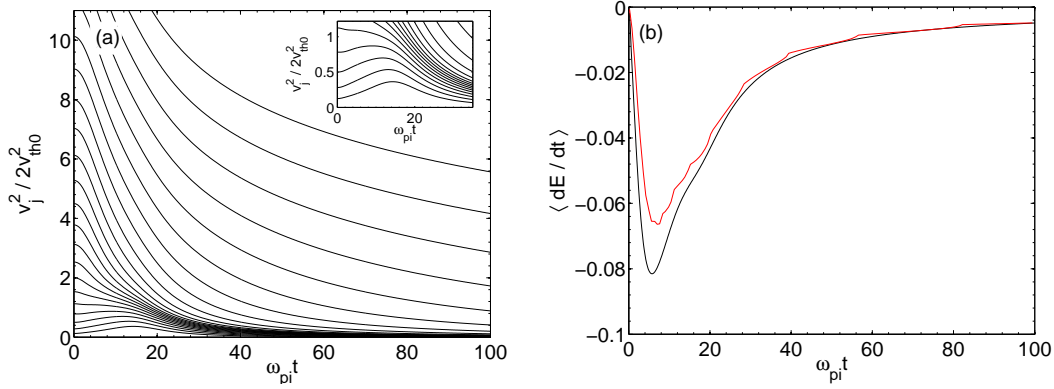


FIG. 7.11 – (a) : caractéristiques en énergie cinétique des différents  $v_j^2$  ; (b) : moyenne de variation d'énergie par unité de temps pour les électrons de très haute énergie (queue chaude de la fonction de distribution). Courbe noire : résultat numérique du modèle cinétique ; courbe rouge : résultat analytique de l'expression (7.32).

initiale est inférieure au seuil correspondant à l'énergie du point de pivot initial ( $\mathcal{E} = k_B T_{e0}$ ), gagnent de l'énergie jusqu'à un temps proche du temps de refroidissement adiabatique. Les caractéristiques des électrons de basse et moyenne énergie convergent aux temps longs, tandis que celles des électrons de haute énergie semblent régulièrement espacées. Cette espacement traduit le fait que les électrons de haute énergie subissent une perte indépendante de leur énergie. Les sous-figures 7.10 confirment cette dernière assertion et montrent que la queue chaude de la fonction de distribution reste maxwellienne de température  $T_{e0}$ .

Si le taux d'énergie perdue est indépendant de l'énergie initiale, l'intégrale des caractéristiques (6.29) n'est qu'une fonction de valeur négative. Partant, la dérivée partielle temporelle du potentiel ne dépend pas de l'espace dans l'intégrale (6.29). La quantité  $\langle d\mathcal{E}/dt \rangle$  est alors égale à  $-e\partial_t \Phi$ . Un tel résultat est possible si l'on envisage le cas  $\partial_t \Phi(x \gg x_f) \rightarrow g(t)$ , où  $g$  est une fonction du temps, puisque seuls les électrons de haute énergie explorent des régions lointaines du plasma,  $x \gg x_f$ . On peut alors raisonnablement considérer que le taux de variation d'énergie des électrons chauds est celui calculé dans le potentiel du vide d'ions. Cela revient à négliger la perte entre  $x = 0$  et  $x = x_f$ .

Calculons la quantité  $\langle d\mathcal{E}/dt \rangle$  dans le potentiel adiabatique du vide pour

lequel la température locale est  $T_{e0}$ .

$$\Phi(x, t) = \Phi_f + 2k_B T_{e0} \ln \left( 1 + \frac{x - x_f}{\sqrt{2e_N} \lambda_{Df}^*} \right), \quad (7.31)$$

où  $\lambda_{Df}^* = (\epsilon_0 k_B T_{e0} / n_{ef} e^2)^{1/2}$ . Pour  $x \gg x_f$ , on obtient

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right\rangle \sim -e \frac{\partial \Phi}{\partial t} \sim -e \left( \frac{d\Phi_f}{dt} + \frac{k_B T_{e0}}{n_{ef}} \frac{dn_{ef}}{dt} \right). \quad (7.32)$$

Une comparaison entre l'expression analytique (7.32) et son intégration numérique est représentée sur la figure 7.11(b). Ce calcul confirme la tendance des caractéristiques des électrons de haute énergie.

La fonction de distribution des vitesses est donc caractérisée dans l'expansion asymptotique du plasma par deux températures. La partie centrale et froide de la distribution correspond à une température froide qui diminue avec le temps tandis que la queue chaude de la distribution reste de température constante.

## 7.4.2 Profils spatiaux

Les profils spatiaux du potentiel, du champ électrique ainsi que de la densité ionique sont tracés sur la figure 7.12. Sachant que le taux de variation d'énergie est correctement estimé avec le potentiel (7.31), cette dernière expression donne nécessairement une forme approchée du potentiel dans la partie vide d'ions. On peut vérifier l'accord avec le modèle cinétique et le code PIC sur la figure 7.12(a). On note cependant que les potentiels provenant du code PIC et du modèle adiabatique se situent respectivement légèrement et très en dessous. Les champs électriques des modèles cinétique et PIC épousent quasiment la même forme. Le plateau du champ électrique découlant de la quasi-neutralité du plasma n'est plus réellement distinguable et la hauteur et la largeur du pic du champ sont supérieures à celles obtenues dans le modèle adiabatique. La largeur du pic est fonction de la longueur de Debye locale qui, nous l'avons vu, s'avère relative à la température initiale  $T_{e0}$  dans le modèle cinétique, alors que la longueur de Debye locale adiabatique dépend d'une température décroissante dans le temps. Les profils de densité ionique sont dans l'ensemble des modèles fortement comparables ; on note toutefois que la position du front d'ions fourni par le code PIC est légèrement surestimée par les deux autres simulations.

## 7.4.3 Energie thermique

La température dépendante du temps que nous avons définie au chapitre 2 est homogène en espace. Elle dérive d'une distribution maxwellienne des vitesses à tout instant. Dans le cas d'une fonction de distribution quelconque,

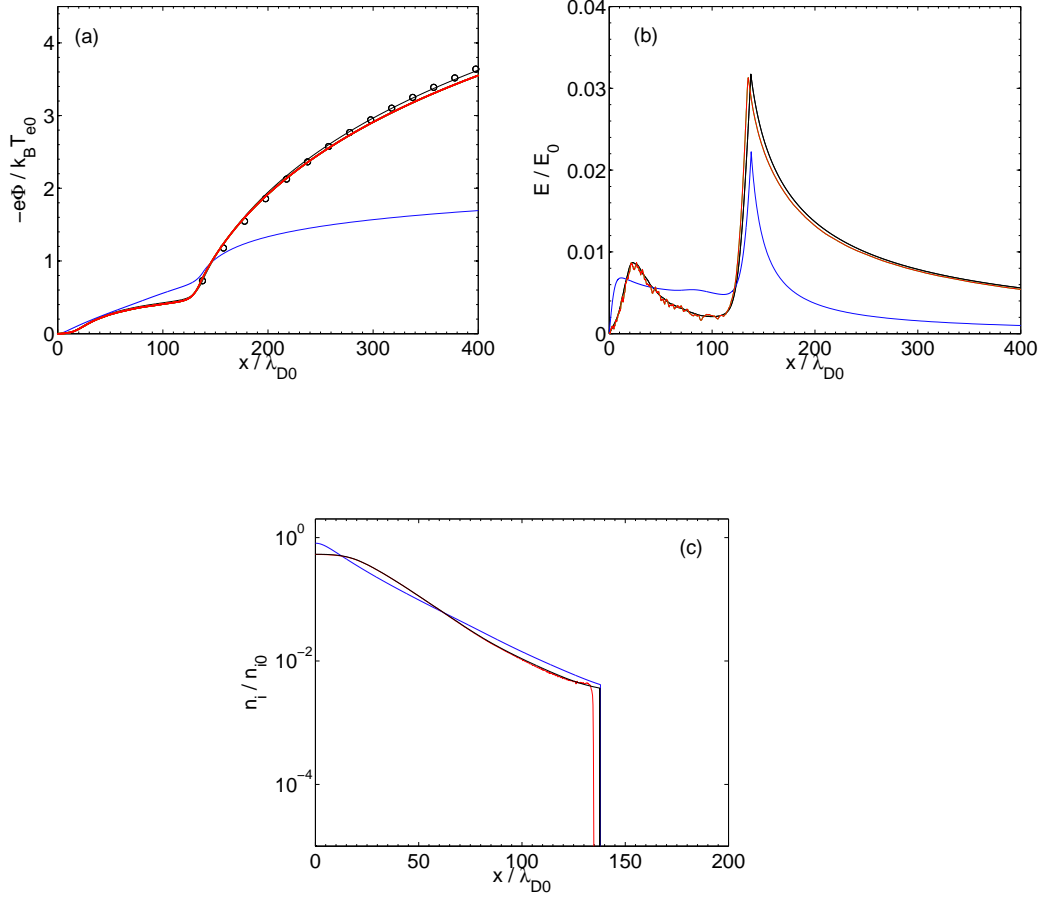


FIG. 7.12 – (a) : profil spatial du potentiel; (b) : profil spatial du champ électrique; (c) : profil spatial de la densité ionique. Les profils sont réalisés à  $\omega_{pi}t = 30$ . Courbe noire : modèle cinétique, courbe rouge : code PIC, courbe bleue : modèle adiabatique; les ronds correspondent à l'expression (7.31).

la température peut être comparée avec la moyenne de l'énergie cinétique des électrons sur l'ensemble du plasma

$$\langle \mathcal{E}_{th} \rangle = \frac{m_e}{2} \frac{\int \int v^2 f_e dv dx}{\int \int f_e dv dx}, \quad (7.33)$$

où le terme du dénominateur représente le nombre total d'électrons  $N_e$ . A l'instant initial, on obtient  $k_B T_{e0} = 2 \langle \mathcal{E}_{th0} \rangle$ .

On peut calculer dans notre modèle la densité d'énergie thermique des électrons, donnée par la somme sur toute la distribution de l'énergie cinétique :

$$\mathcal{D}_{th}(x, t) = \frac{m_e}{2} \int_{-\infty}^{\infty} v^2 f_e(x, v, t) dv \quad (7.34)$$

En injectant Eq.(7.7) dans Eq.(7.34), il vient :

$$\mathcal{D}_{th} = m_e \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \alpha_j \int_{u_j}^{u_{j+1}} v^2 F_j(x, v, t) dv + \alpha^* \int_0^{u_k} v^2 F^*(x, v, t) dv \right] \quad (7.35)$$

Il est possible de simplifier les intégrales de l'équation (7.35) en utilisant la relation suivante :

$$\int_0^x t^2 e^{-pt^2} dt = -\frac{x}{2p} e^{-px^2} + \frac{1}{4p} \sqrt{\frac{\pi}{p}} \operatorname{erf}(\sqrt{p}x) \quad (7.36)$$

La densité d'énergie thermique s'écrit alors :

$$\mathcal{D}_{th} = \frac{m_e n_{e0}}{\sqrt{2\pi} v_{th0}} \left[ \sum_{j=k}^{\infty} \sigma_j \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_j}\right) + \sigma^* \exp\left(\frac{e\Phi}{k_B T_{k-1}}\right) \right] \quad (7.37)$$

avec

$$\begin{aligned} \sigma_j &= \alpha_j v_{thj}^2 \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} v_{thj} \left( \operatorname{erf}\left(\frac{u_{j+1}}{\sqrt{2} v_{thj}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{u_j}{\sqrt{2} v_{thj}}\right) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( u_{j+1} \exp\left(-\frac{u_{j+1}^2}{2v_{thj}^2}\right) - u_j \exp\left(-\frac{u_j^2}{2v_{thj}^2}\right) \right) \right] \\ \sigma^* &= \alpha^* v_{th_{k-1}}^2 \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} v_{th_{k-1}} \operatorname{erf}\left(\frac{u_k}{\sqrt{2} v_{th_{k-1}}}\right) - u_k \exp\left(-\frac{u_k^2}{2v_{th_{k-1}}^2}\right) \right] \end{aligned}$$

On détermine ensuite numériquement  $\langle \mathcal{E}_{th} \rangle = \int \mathcal{D}_{th} dx / N_e$ . L'énergie thermique moyenne est représentée sur la figure 7.13 pour les modèles cinétique et adiabatique ; cette quantité a été également évaluée à partir des résultats PIC. Les trois courbes coïncident à tout temps. On retrouve en fait la loi asymptotique obtenue dans le modèle adiabatique  $T_e \propto t^{-2}$ . Cette loi peut être retrouvée par un raisonnement dimensionnel et ne dépend donc pas de la distribution locale des vitesses.

#### 7.4.4 Vitesse finale

La convergence rapide de la vitesse au front dans le modèle adiabatique provient de la décroissance rapide du champ au front dans le cas non relativiste,  $E_f \propto \sqrt{n_{ef} T_e} \propto t^{-2}$  [voir chapitre 2]. Sur la figure 7.14(a) qui retrace l'évolution temporelle du champ au front, la loi d'échelle asymptotique vaut  $E_f \propto t^{-1.35}$  pour le modèle cinétique. On constate que les deux modèles concordent en fait jusqu'au temps de refroidissement à partir duquel les évolutions asymptotiques diffèrent. La loi d'échelle en  $E_f \propto t^{-1.35}$  résulte du fait que la température associée à la longueur de Debye locale au front évolue peu. La décroissance moins rapide du champ entraîne nécessairement une convergence lente. On vérifie cette tendance sur la figure 7.14(b).

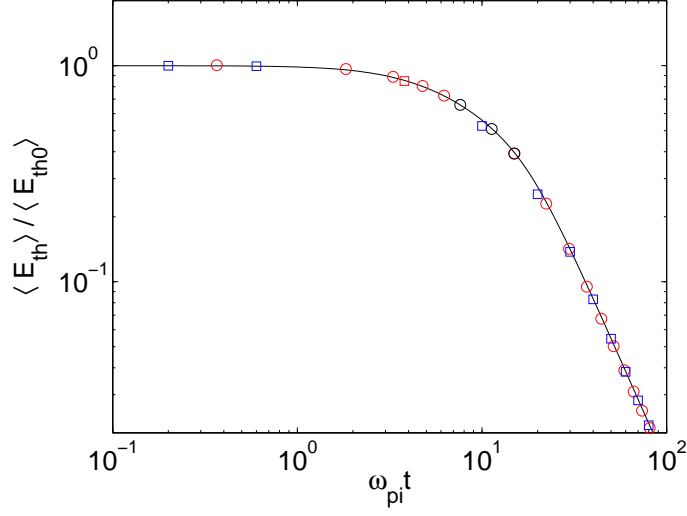


FIG. 7.13 – Evolution de l'énergie thermique moyenne en fonction du temps. Courbe continue : modèle cinétique ; ronds rouges : code PIC ; carrés bleus : modèle adiabatique.

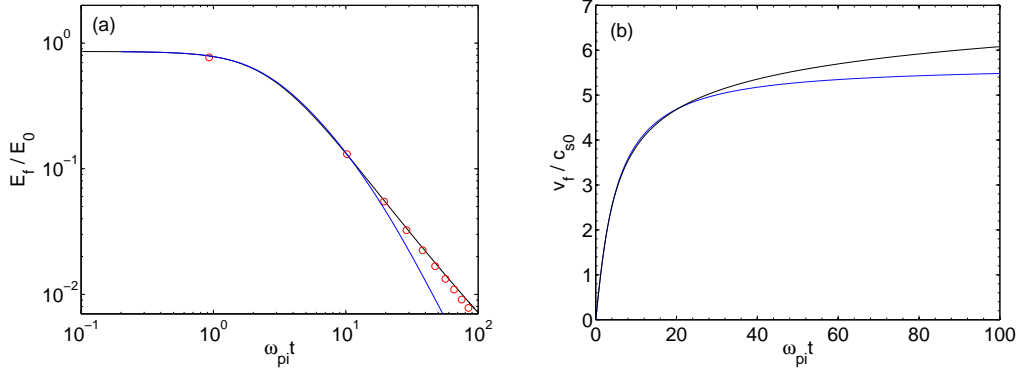


FIG. 7.14 – (a) : champ électrique au front en fonction du temps ; (b) : vitesse au front en fonction du temps. Courbe noire : modèle cinétique ; ronds rouges : code PIC ; courbe bleue : modèle adiabatique.

Dans le cas adiabatique, nous avons pu établir la courbe liant la vitesse finale en fonction de la longueur initiale de la cible. Cette courbe n'avait de sens que dans la mesure où le champ diminuait suffisamment rapidement pour que la majorité de la vitesse soit acquise pendant le début de l'expansion. Dans le modèle cinétique, la convergence lente placerait cette courbe au dessus des prédictions du modèle adiabatique,  $v_{finale}^{cin} \sim v_{finale}^{adia} + (2 - 4)c_{s0}$ . Les énergies finales des deux modèles ne seraient plus comparables. Il faut mentionner enfin que la saturation de la vitesse des protons dépend également des effets

bi-dimensionnels qui surviennent par exemple lorsque la position du front devient comparable avec la taille transverse initiale du plasma.

# Conclusion

Les calculs d'expansion de plasma dans le vide et d'accélération d'ions ont été remis à l'ordre du jour par les expériences qui ont conduit à l'observation d'ions très énergétiques. Les mécanismes d'accélération font toutefois encore l'objet de controverses; or, la détermination des mécanismes (pré)dominants est essentielle afin de pouvoir optimiser les sources d'ions qui ouvrent aujourd'hui la porte à de nombreuses applications. Le mécanisme d'accélération dominant sur lequel porte notre étude est celui se produisant en face arrière de la cible irradiée : une partie de l'énergie laser est transmise aux électrons qui se propagent à l'intérieur de la cible et forment un nuage chaud en face arrière. Le champ électrique associé au nuage d'électrons ionise la cible et accélère rapidement les ions perpendiculairement à la face arrière. On observe alors une détente de plasma avec à son front une double couche électrostatique.

Dans la première partie, nous nous sommes intéressés à caractériser ce type d'expansion analytiquement et numériquement à l'aide d'une code traitant les ions de manière particulière et les électrons comme une fluide restant à tout instant en équilibre de Boltzmann. La première hypothèse que les physiciens ont été amenés à poser pour traiter ce type de problème est celle d'une expansion à température constante (isotherme) qui équivaut à considérer le plasma comme semi-infini. Une telle situation permet de trouver une solution auto-semblable au problème dans la limite quasi-neutre. Cependant ces solutions ne peuvent décrire les effets de séparation de charges ainsi que la structure du front d'ions qui s'avère essentielle quant à la détermination de la vitesse maximum que peuvent acquérir les ions. La résolution numérique lagrangienne de l'expansion du plasma nous a permis d'établir des résultats précis sur la physique de l'expansion. Le champ électrique du plasma est globalement composé de trois parties : une première correspondant à un plateau dont l'amplitude est prédite par les solutions auto-semblables, la deuxième présente un pic qui coïncide avec le front d'ions et enfin une partie montrant une forte décroissance du champ dans la région du gaz d'électrons chauds. L'amplitude du champ au front, sa position et la vitesse associée sont désormais connues et décrites par des expressions analytiques.

Une approche plus réaliste de l'expansion du plasma dans laquelle la largeur initiale de la cible est considérée comme finie a également fait l'objet



d'une étude. L'hypothèse d'une température électronique constante est alors caduque et nous faisons l'hypothèse d'un refroidissement adiabatique des électrons au cours de l'expansion. La dynamique du problème reste semblable ; on observe néanmoins que la double couche au front demeure au cours du temps la structure dominante. La vitesse du front d'ions sature du fait de la quantité d'énergie finie présente initialement dans le plasma, contrairement au cas isotherme où celle-ci divergeait logarithmiquement avec le temps.

Le paramètre, défini comme le rapport entre la durée de l'impulsion laser  $t_l$  et le temps  $t_e$  mis par les électrons chauds pour envahir la cible, constitue un indice de la pertinence des deux modèles. Le modèle isotherme est alors applicable, si  $t_l \ll t_e$ , jusqu'à un temps d'expansion  $t = t_l$ . Dans le cas inverse  $t_l \gtrsim t_e$ , il est nécessaire de tenir compte de la conservation de l'énergie au sein de la cible et par conséquent le modèle adiabatique s'avère plus approprié.

Nous avons enfin confronté nos prédictions théoriques avec certains résultats expérimentaux. Un dispositif expérimental permet de sonder le champ électrique du plasma en envoyant un faisceau de protons transversalement à la direction de la détente. La section du faisceau est préalablement structurée par une grille et les protons sont ensuite collectés à la sortie du plasma sur des films RFC. Les déviations de la grille observées sur les films témoignent de l'existence d'un champ interne accélérateur et de sa structure spatio-temporelle. La modélisation de cette expérience, dont les résultats sont qualitativement et quantitativement proches des données expérimentales, nous donne une démonstration directe de l'existence du pic du champ électrique et valide de ce fait le modèle d'expansion de la face arrière.

L'influence d'un gradient de densité initial ionique sur l'expansion du plasma est discutée dans la seconde partie. La présence d'un gradient en face arrière modifie la structure spatiale initiale du champ électrique, dont la valeur maximale ne correspond plus au pic mais à un plateau d'amplitude inversement proportionnelle à la longueur de gradient. Ce profil tend à créer un déferlement du flot ionique du fait de l'accélération plus importante que subissent les ions de haute densité par rapport à ceux de basse densité. Le temps de déferlement s'avère être une fonction linéaire de la longueur de gradient pour  $l_{ss} > 5\lambda_{D0}$ . Dans le cas d'un gradient infini ( $l_{ss} \rightarrow 0$ ), nous démontrons que le temps de déferlement tend vers une valeur finie ; le phénomène de déferlement est intrinsèque à tout type de profil comportant un gradient. Après la phase transtoire, la dynamique du plasma tend vers une phase asymptotique semblable à celle que nous observons dans le cas standard. L'expansion a été étudiée pour une température électronique constante ainsi que pour une température dépendante du temps. Dans le cas isotherme, nous sommes à même de constater que la vitesse maximale des ions est, à mesure que le temps croît, une fonction fortement décroissante de la longueur de gradient. Dans le cas adiabatique, le gradient tend à réduire le transfert d'énergie entre les électrons et les ions ; bien que le temps de refroidissement augmente pour des grandes longueurs de gradient, la décroissance asymptotique de la température est

---

identique à celle du cas standard. La loi d'échelle reliant le rapport des temps caractéristiques ( $t_R/t_d$ ) aux longueurs caractéristiques ( $l_{ss}/L$ ) laisse envisager la dégradation de la vitesse maximale ionique asymptotique pour les grandes longueurs de gradient. Jusqu'à  $l_{ss} < L/10$ , l'énergie maximale qu'acquièrent les ions se produit après le déferlement qui intervient rapidement, et est donc comparable au cas standard. Pour  $l_{ss} > L/10$ , les ions sont accélérés lors de la phase douce de refroidissement par un champ électrique faible ; après le déferlement, le champ qui chute brusquement n'augmente guère l'énergie des ions qui ont déjà acquis la majeure partie de leur énergie finale.

Le réseau de courbes illustrant la vitesse maximale ionique en fonction de la longueur de gradient a fait l'objet d'une comparaison expérimentale. Un dispositif à deux lasers permet de recréer le pré-plasma en face arrière. Expérimentalement, ce type de pré-plasma peut être également généré par la première partie de l'impulsion laser qui provoque un pré-chauffage de la cible. Les données expérimentales ont été confrontées à trois cas de simulation (isotherme, adiabatique et PIC) dont le plus satisfaisant s'est avéré être celui correspondant au modèle adiabatique. Nous mentionnons cependant que dans ce dernier cas, nous avons imposé, dans un temps semblable à la durée de l'impulsion laser, une croissance temporelle de la température électronique au sein du plasma. Cette croissance « artificielle » est conforme au critère de validité des modèles énoncé dans le chapitre 2.

La dernière et troisième partie propose d'enrichir les modèles précédents par une description cinétique des électrons. Il est montré que la lente variation du potentiel permet de procéder à une séparation des échelles de temps lente (temps hydrodynamique) et rapide (temps de transit des électrons dans le potentiel) du plasma. On peut alors construire un invariant adiabatique pour chaque électron qui permet de reconstruire la fonction de distribution. On démontre que la fonction de distribution des vitesses ne peut rester maxwellienne (d'où découle la loi de Boltzmann) que dans une classe de potentiel s'exprimant sous forme de loi de puissance. Dans notre problème, l'hypothèse d'une distribution de Boltzmann est nécessairement violée puisque le potentiel admet une forme logarithmique dans le gaz chaud d'électrons. En outre la présence d'un point de pivot du potentiel dans la partie plasma induit un chauffage des électrons de basse énergie alors que les électrons de moyenne énergie se refroidissent. On constate en fait que la fonction de distribution des vitesses se compose aux temps longs de deux températures ; la première qui correspond à la partie plasma a une décroissance temporelle semblable au cas standard, la seconde relative à la partie vide d'ions conserve la température initiale des électrons. L'accélération des ions dans l'expansion du plasma se sature par la diminution du nombre d'électrons dans la queue chaude de la fonction de distribution. On note néanmoins que l'écart à la loi de Boltzmann ne modifie pas de manière significative l'énergie maximale que peuvent acquérir les ions pendant les premières phases d'expansion. Ces conclusions sont précisément vérifiées par une comparaison avec des simulations provenant de

## *Conclusion*

---

codes PIC.

# Annexe A

## Détermination des coefficients de la variable auto-semblable

Nous justifions dans cette annexe la forme de la variable auto-semblable, i.e., la valeur des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  dans  $\xi = x^\alpha t^\beta$ . Le changement de variable fait apparaître les nouvelles dérivées spatiales et temporelles :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\alpha \xi}{x} \frac{\partial}{\partial \xi} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\beta \xi}{t} \frac{\partial}{\partial \xi}. \quad (\text{A.2})$$

Les équations de continuité (1.13) et de mouvement (1.14) deviennent

$$\left( \frac{\alpha v}{x} + \frac{\beta}{t} \right) \frac{dn_i}{d\xi} = -n_i \frac{\alpha}{x} \frac{dv}{d\xi} \quad (\text{A.3})$$

$$\left( \frac{\alpha v}{x} + \frac{\beta}{t} \right) \frac{dv}{d\xi} = -\frac{c_{s0}^2}{n_i} \frac{\alpha}{x} \frac{dn_i}{d\xi} \quad (\text{A.4})$$

On trouve alors comme solution pour la variable  $v$  :

$$v = \pm \left( c_{s0} - \frac{\beta x}{\alpha t} \right) = \pm \left[ c_{s0} - \frac{\beta}{\alpha t} \left( \frac{\xi}{t^\beta} \right)^{1/\alpha} \right]. \quad (\text{A.5})$$

Cette solution ne doit dépendre que de la variable auto-semblable  $\xi$ . On en déduit immédiatement que  $\alpha = -\beta$ . En injectant la partie positive de (A.5) dans l'équation (A.4), on obtient comme nouvelle équation pour la densité :

$$\frac{dn_i}{d\xi} = \frac{n_i}{c_{s0}} \frac{\beta}{\alpha t} \left( \frac{\xi^{1-\alpha}}{t^\beta} \right)^{1/\alpha} = \frac{n_i}{c_{s0}} \frac{\beta}{\alpha} \frac{x^{1-\alpha}}{t^{\beta+1}} \quad (\text{A.6})$$

Pour que l'équation soit indépendante des variables  $x$  et  $t$ , les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  prennent nécessairement les valeurs 1 et  $-1$ . On retrouve ainsi la variable introduite,  $\xi = x/t$  au coefficient d'adimensionnalisation près.



## Annexe B

### Calcul d'une forme approchée de la fonction $g$

Le calcul d'une forme approchée de la fonction  $g$  est basé sur la recherche d'une fonction simple coïncidant avec les fonctions des régimes asymptotiques de  $g$ .

$$g(\theta) = \frac{\mathcal{E}_{th}}{N_e k_B T_e} = \frac{m_e c^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}} - 1 \right) \exp \left( -\theta \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}} \right) dp}{k_B T_e \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left( -\theta \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}} \right) dp}. \quad (\text{B.1})$$

La fonction  $g$  prend la forme suivante en posant le changement de variable  $t = \sqrt{p^2 \theta^2 / m_e^2 c^2 + \theta^2} - \theta$

$$g(\theta) = \frac{\int_0^{\infty} t^2 e^{-t^2} \frac{\beta + t^2}{\sqrt{\beta + t^2/2}} dt}{\int_0^{\infty} e^{-t^2} \frac{\beta + t^2}{\sqrt{\beta + t^2/2}} dt}. \quad (\text{B.2})$$

#### Approximation de $g$ pour $\theta \gg 1$

Le changement de variable  $T = 1/\theta$  permet d'écrire la fonction  $g$  sous la forme

$$g(T) = \frac{\int_0^{\infty} t^2 e^{-t^2} \sqrt{T t^2 + \frac{1}{t^2 T + 2}} dt}{\int_0^{\infty} e^{-t^2} \sqrt{T t^2 + \frac{1}{t^2 T + 2}} dt} \quad (\text{B.3})$$

En développant le terme sous la racine de l'expression (B.3) et en utilisant la relation suivante [Gradshteyn & Ryzhik]

$$\int_0^{\infty} t^{2n} e^{-pt^2} dt = \frac{(2n-1)!!}{2(2p)^n} \sqrt{\frac{\pi}{p}} \quad [p > 0],$$

le developpement de la fonction  $g$  au deuxième ordre lorsque  $T \ll 1$  ( $\theta \gg 1$ ) donne

$$g(T) \simeq \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3T}{4} - \frac{3T^2}{4} \right) \quad (\text{B.4})$$

### Approximation de $g$ pour $\theta \ll 1$

Nous posons le nouveau changement de variable  $x = t^2$ , on peut alors écrire

$$1 - g(\theta) = \frac{\int_0^\infty (2-x)e^{-x}\sqrt{x^2+2\theta x}}{\int_0^\infty e^{-x}\sqrt{x^2+2\theta x}} dx. \quad (\text{B.5})$$

Le terme du dénominateur  $\mathcal{D}$  vaut à l'ordre le plus bas

$$\mathcal{D} \simeq \int_0^\infty x e^{-x} dx \simeq 1,$$

tandis que l'expression du numérateur  $\mathcal{N}$  doit être préalablement décomposée en deux termes selon la façon suivante

$$\mathcal{N} = \int_0^{A\theta} (2-x)e^{-x}\sqrt{x^2+2\theta x} dx + \int_{A\theta}^\infty (2-x)e^{-x}\sqrt{x^2+2\theta x} dx,$$

avec  $A \gg 1$  et  $A\theta \ll 1$ . Le premier terme est majoré par

$$\int_0^{A\theta} \sqrt{(A+2)\theta x} dx = \frac{4}{3} \sqrt{(A+2)\theta} (A\theta)^{3/2} \propto A^2 \theta^2,$$

le second terme est approximé par

$$\begin{aligned} \int_{A\theta}^\infty (2-x)e^{-x}\sqrt{x^2+2\theta x} dx &\simeq \int_{A\theta}^\infty (2-x)e^{-x} x \left( 1 + \frac{\theta}{x} + \frac{\theta}{x} \mathcal{O}\left(\frac{1}{A}\right) \right) dx \\ &\simeq \theta e^{-A\theta} \left( 1 - A\theta - A^2\theta + (2 - A\theta) \mathcal{O}\left(\frac{1}{A}\right) \right). \end{aligned}$$

On trouve donc que la fonction  $g$  peut être approximée lorsque  $\theta \ll 1$  par

$$g(\theta) \simeq 1 - \theta$$

### Recherche de la forme approchée $g$

On a donc obtenu dans le cas des deux régimes asymptotiques

$$g(T) \simeq \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3T}{4} - \frac{3T^2}{4} \right) & \text{si } T \rightarrow 0 \\ 1 - \frac{1}{T} & \text{si } T \rightarrow \infty \end{cases}$$

---

avec  $T = 1/\theta$ . On cherche alors une fonction rationnelle vérifiant les développements limités ci-dessus, qui s'écrit sous la forme

$$g(T) = \frac{1}{2} \frac{1 + aT + cT^2}{1 + bT + dT^2}.$$

La recherche de la fonction équivaut à la résolution d'un système linéaire où les coefficients prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} a = \frac{9}{4} & c = \frac{3}{8} \\ b = \frac{3}{4} & d = \frac{3}{2} \end{cases}$$





## Annexe C

# Discrétisation de l'équation de Poisson en description cinétique des électrons

La normalisation adoptée et les notations des coefficients sont conformes à celles introduites dans la chapitre 1. Les vitesses et températures électroniques qui ne figuraient pas dans le modèle précédent sont respectivement normalisées à la vitesse thermique  $v_{th0}$  et à la température initiale  $T_{e0}$ .

La discrétisation de l'équation de Poisson en respectant un centrage autour du point  $x_i$  donne

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\Delta x_i + \Delta x_{i+1}} \left[ \frac{\Phi_{i+1} \Delta x_i - \Phi_i (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) + \Phi_{i-1} \Delta x_{i+1}}{\Delta x_i \Delta x_{i+1}} \right] \\ & - \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_{ai}} \Phi_i = n_e(\Phi_{ai}) - \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_{ai}} \Phi_{ai} - n_{ii}, \end{aligned} \tag{C.1}$$

où  $\Delta x_i$  dénote un pas d'espace entre les points  $x_i$  et  $x_{i-1}$ .

Les coefficients de la matrice  $\mathcal{M}$  valent pour  $i \in [1; N - 1]$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_i = \frac{2}{\Delta x_i (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})} \\ b_i = -\frac{2}{\Delta x_i \Delta x_{i+1}} - \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_{ai}} \\ c_i = \frac{2}{\Delta x_{i+1} (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})}. \end{array} \right.$$

Les coefficients correspondant aux premières et dernières lignes de la matrice

sont déduits des conditions limites et des conditions de bord

$$\left\{ \begin{array}{l} b_0 = -\frac{2}{\Delta x_1^2} - \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_{a0}} \\ c_0 = \frac{2}{\Delta x_1^2} \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} a_N = \frac{2}{\Delta x_N^2} \\ b_N = -\frac{2}{\Delta x_N^2} - \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_{aN}} - \frac{2}{\Delta x_N} \frac{\partial P_e}{\partial \Phi_{aN}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_0 = n_e(\Phi_{a0}) - \Phi_{a0} \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_{a0}} - n_{i0} \\ S_i = \exp(\Phi_{ai})(1 - \Phi_{ai}) - n_{ii} \\ S_N = \left[ n_e(\Phi_{aN}) - \Phi_N \frac{\partial n_e}{\partial \Phi_{aN}} \right] - \frac{2}{\Delta x_N} \left[ P_e(\Phi_{aN}) - \Phi_N \frac{\partial P_e}{\partial \Phi_{aN}} \right] - n_{iN}. \end{array} \right.$$

où, en unités normalisées,

$$P_e(\Phi) = \left[ 2 \sum_{j=k}^{\infty} p_j \exp\left(\frac{\Phi}{T_j}\right) + p^* \exp\left(\frac{\Phi}{T_{k-1}}\right) \right]^{1/2} \quad (\text{C.2})$$

avec

$$\begin{aligned} p_j &= \alpha_j T_j^{3/2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{u_{j+1}}{\sqrt{2}v_{thj}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{u_j}{\sqrt{2}v_{thj}}\right) \right] \\ &\quad - \left( u_{j+1} \exp\left(-\frac{u_{j+1}^2}{2v_{thj}^2}\right) - u_j \exp\left(-\frac{u_j^2}{2v_{thj}^2}\right) \right) \sqrt{\frac{2}{\pi T_j}} \\ p^* &= \alpha^* T_{k-1}^{3/2} \left[ \sqrt{\frac{\pi}{2}} v_{th_{k-1}} \operatorname{erf}\left(\frac{u_k}{\sqrt{2}v_{th_{k-1}}}\right) - u_k \exp\left(-\frac{u_k^2}{2v_{th_{k-1}}^2}\right) \right] \sqrt{\frac{2}{\pi T_j}} \end{aligned}$$

et

$$\frac{\partial P_e}{\partial \Phi_{aN}} = \frac{n_e(\Phi)}{P_e(\Phi)}$$

# Publications

## Articles

### *Publiés*

- *Raman instability in the relativistic regime.* T. Grismayer, A. Couairon, P. Mora, J.-C. Adam, A. Héron, Phys. Plasmas **11**, 4814 (2004).
- *Dynamics of electric fields driving laser acceleration of multi-MeV protons.* L. Romagnani, J. Fuchs, M. Borghesi, P. Antici, P. Audebert, F. Ceccherini, T. Cowan, T. Grismayer, S. Kar, A. Macchi, P. Mora, G. Pretzler, A. Schiavi, T. Toncian, et O. Willi, Phys. Rev. Lett. **95**, 195001 (2005).
- *Influence of a finite initial ion density gradient on plasma expansion into a vacuum.* T. Grismayer, P. Mora, Phys. Plasmas **13**, 032103 (2006).
- *Impulsive electric fields driven by high-intensity laser matter interactions.* Borghesi M, Kar S, Romagnani L, Toncian T, Antici P, Audebert P, Brambrink E, Ceccherini F, Cecchetti CA, Fuchs J, Galimberti M, Gizzi LA, Grismayer T, Lyseikina T, Jung R, Macchi A, Mora P, Osterholtz J, Schiavi A et Willi O, Laser and Particle beams **25** (1) : 161-167 (2007).
- *Laser-Foil Acceleration of High-Energy Protons in Small-Scale Plasma Gradients.* J. Fuchs, C. A. Cecchetti, M. Borghesi, T. Grismayer, E. d’Humières, P. Antici, S. Atzeni, P. Mora, A. Pipahl, L. Romagnani, A. Schiavi, Y. Sentoku, T. Toncian, P. Audebert, and O. Willi, Phys. Rev. Lett. **99**, 015002 (2007).

### *En préparation*

- *Analysis of energy saturation of laser-accelerated proton beams expanding from a thin foil.* Fuchs J, d’Humières E, Grismayer T, Gaillard S, Antici P, Brambrink E, Fuchs T, Lefebvre E, Mancic A, Mora P, Romagnani L, Audebert P, Pépin H.

- *Electron kinetics effects in plasma expansion into a vacuum.* Grismayer T, P Mora, J.-C. Adam, A. Héron

## Proceedings

- *Ultrafast Charge Dynamics Initiated by High-Intensity, Ultrashort Laser-Matter Interaction.* M. Borghesi, L. Romagnani, S. Kar, T. Toncian, P. Antici, P. Audebert, E. Brambrink, F. Ceccherini, Carlo A. Cecchetti, J. Fuchs, M. Galimberti, L. A. Gizzi, T. Grismayer, R. Jung, A. Macchi, P. Mora, J. Osterholtz, A. Schiavi, and O. Willi, dans "Superstrong fields in plasmas", édité par M. Lontano et al., AIP Conference Proceedings n° 827 (American Institute of Physics, New York, 2006), p 191.
- *MeV proton sources for plasma dynamics investigations on ps timescales.* M. Borghesi, S. Kar, L. Romagnani, C.A. Cecchetti, P. Audebert, J. Fuchs, R. Jung, J. Osterholz, T. Toncian, O. Willi, M. Galimberti, L.A. Gizzi, F. Ceccherini, T. Lysseikina, A. Macchi, T. Grismayer, P. Mora, A. Schiavi, International Journal of Mod Phys B. (à paraître)
- *Dynamics of electric fields driving laser acceleration of multi-MeV protons high-energy protons accelerating fields in short-pulse laser solid interaction.* T. Grismayer, L. Romagnani, J. Fuchs, M. Borghesi, P. Antici, P. Audebert, F. Ceccherini, T. Cowan, S. Kar, A. Macchi, P. Mora, G. Pretzler, A. Schiavi, T. Toncian, et O. Willi, Proceedings of "Inertial Fusion Sciences and Applications 2005", (à paraître).
- *Laser-acceleration of high energy protons : study of acceleration mechanisms and beam handling.* J. Fuchs, P. Antici, L. Romagnani, E. Brambrink, P. Audebert, M. Borghesi, C. Cecchetti, O. Willi, T. Toncian, A. Pipahl, P. Mora, T. Grismayer, E. d'Humières, E. Lefebvre, H. Pépin, Proceedings of JAERI meeting, May 2006.

# Bibliographie

J. E. ALLEN et J. ANDREWS. *A Note on ion rarefaction waves*, J. Plasma Phys. **4**, 187 (1970).

M. ALLEN *et al.* *Proton spectra from ultraintense laser-plasma interaction with thin foils : Experiments, theory and simulations*, Phys. Plasmas **10**, 3283 (2003).

F. AMIRANOFF. *Fast Electron Production in Ultra-Short High Intensity Laser-Plasma Interaction and Its Consequences*, Meas. Sci. Technol. **12**, 1795 (2001).

A. V. BAITIN et K. M. KUZANYAN. *A self-similar solution for expansion into a vacuum of a collisionless plasma bunch*, J. Plasma Phys. **59**, 83 (1998).

B. BEZZERIDES, D. W. FORSLUND et E. L. LINDMAN. *Existence of rarefaction shocks in a laser-plasma corona*, Phys. Fluids **21**, 2179 (1978).

M. BORGHESI, L. ROMAGNANI, D. H. CAMPBELL, M. G. HAINES, O. WILLI, A. J. MACKINNON, M. GALIMBERTI, L. GIZZI, R. J. CLARKE, S. HAWKES. *Measurement of highly transient electrical charging following high-intensity laser-solid interaction*, Appl. Phys. Lett **82**, 1529 (2003).

M. BORGHESI, A. J. MACKINNON, D. H. CAMPBELL, D. G. HICKS, S. KAR, P. K. PATEL, D. PRICE, L. ROMAGNANI, A. SCHIAVI et O. WILLI. *Multi-MeV Proton Source Investigations in Ultraintense Laser-Foil Interactions*, Phys. Rev. Lett. **92**, 055003 (2004).

A. V. BRANTOV, V. T. TIKHONCHUK, O. KLIMO *et al.* *Quasi-mono-energetic ion acceleration from a homogeneous composite target by an intense laser pulse*, Phys. Plasmas **13**, 122705 (2007).

E. L. CLARK *et al.* *Measurements of Energetic Proton Transport Through Magnetized Plasma from Intense Laser Interactions with Solids*, Phys. Rev.

Lett. **84**, 670 (2000).

T. E. COWAN *et al.* *Ultralow Emittance, Multi-MeV Proton Beams from a Laser Virtual-Cathode Plasma Accelerator*, Phys. Rev. Lett. **92**, 204801 (2004).

J. E. CROW, P. L. AUER *et al.* *The expansion of a plasma into a vacuum*, J. Plasma Phys. **14**, 65 (1975).

J. DENAVIT. *Absorption of High-Intensity Subpicosecond Lasers on Solid Density Targets*, Phys. Rev. Lett. **69**, 3052 (1992).

E. D'HUMIERES, E. LEFEVBRE, L. GREMILLET *et al.* *Proton Acceleration Mechanisms in High-Intensity Laser Interaction with Thin Foils*, Phys. Plasmas **12**, 062704 (2005).

D. S. DOROZHKINA *et al.* *Exact solution of Vlasov equations for quasineutral expansion of plasma bunch into vacuum*, Phys. Rev. Lett. **81**, 2691 (1998).

A. P. FEWS *et al.* *Plasma Ion Emission from High-Intensity Picosecond Laser-Pulse Interactions with Solid Targets*, Phys. Rev. Lett. **73**, 1801 (1994).

A. P. FEWS *et al.* *Protons Beams Generated with High-Intensity Lasers*, Appl. Phys. Lett. **83**, 3039 (2003).

J. FUCHS *et al.* *Comparison of Ion Acceleration from the Front and Rear Surfaces of Thin Foils*, Phys. Rev. Lett. **94**, 045004 (2005).

J. FUCHS *et al.* *Laser-driven proton scaling laws and new paths towards energy increase*, Nature Phys. **1**, 48 (2006).

I. S. GRADSHTEYN *et al.* *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press, New York (1980).

A. V. GUREVICH, L. V. PARIISKAYA *et al.* *Self-similar motion of rarefied plasma*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **49**, 647 (1965) [*Sov. Phys. JETP* **22**, 449 (1966)].

A. V. GUREVICH *et al.* *Ion acceleration in an expanding plasma*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **53**, 1810 (1981) [*Sov. Phys. JETP*

---

53, 937 (1981)].

A. V. GUREVICH *Distribution of captured particles in a potential well in absence of collisions*, Sov. Phys. JETP **26**, 575 (1968).

INTERNATIONAL SPECIALTY PRODUCTS. [www.ispcorp.com](http://www.ispcorp.com)

A. E. KAPLAN, B. Y. DUBETSKY et P. L. SHKOLNIKOV. *Shocks Shells in Coulomb Explosions of Nanoclusters*, Phys. Rev. Lett. **91**, 143401 (2003).

Y. KISHIMOTO, K. MIMA, T. WATANABE et K. NISHIKAWA. *Analysis of fast-ion velocity distributions in laser plasmas with a truncated Maxwellian velocity distribution of hot-electrons*, Phys. Fluids **26**, 2308 (1983).

V. F. KOVALEV, V. Yu. BYCHENKOV et V. T. TIKHONCHUK. *Ion Acceleration during Adiabatic Plasma Expansion : Renormalization Group Approach*, JETP Letters **74**, 10 (2001).

V. F. KOVALEV, V. Yu. BYCHENKOV et V. T. TIKHONCHUK. *Particle dynamics during adiabatic expansion of a plasma bunch*, JETP **95**, 226 (2002).

V. F. KOVALEV et V. Yu. BYCHENKOV. *Analytic solutions to the Vlasov equations for expanding plasma*, Phys. Rev. Lett. **90**, 185004 (2003).

K. KRUSHELNICK *et al.* *Energetic Proton Production from Relativistic Laser Interaction with High Density Plasmas*, Phys. Plasmas **7**, 2055 (2000).

L. D. LANDAU et E. N. LIFCHITZ. *Mécanique des milieux continus* (1954).

L. D. LANDAU et E. N. LIFCHITZ. *Mécanique* (1969).

P. McKENNA *et al.* *Characterization of Proton and Heavier Ion acceleration in Ultrahigh-Intensity Laser Interaction with Heated Target Foils*, Phys. Rev. E. **70**, 036405 (2004).

A. J. MACKINNON *et al.* *Enhancement of proton Acceleration by Hot-Electron Recirculation in Thin Foils Irradiated by Ultraintense Laser Pulses*, Phys. Rev. Lett. **88**, 215006 (2002).

A. J. MACKINNON, M. BORGHESI, S. HATCHETT, M. H. KEY, P. K. PATEL, H. CAMPBELL, A. SCHIAVI, R. SNAVELY, S. C. WILKS et O.



WILLI. *Effect of Plasma Scale Length on Multi-MeV Proton Production by Intense Laser Pulses*, Phys. Rev. Lett. **86**, 1769 (2001).

P. MAINE, D. STRICKLAND, P. DABO, M. PESSOT et G. MOUROU. *Generation of ultrahigh peak power pulses by chirped pulse amplification*, IEEE J. Quant. Elec. **24**, 398 (1988).

A. MAKSIMCHUK, S. GU, K. FLIPPO, D. UMSTADTER et V. Y. BYCHENKOV. *Forward Ion Acceleration in Thin Films Driven by a High-Intensity Laser*, Phys. Rev. Lett. **84**, 4108 (2000).

A. MAKSIMCHUK *et al.* *High-Energy Ion Generation by Short Laser Pulses*, Plasma Phys. Rep. **30**, 473 (2004).

G. MANFREDI, S. MOLA et M. R. FEIX. *Rescaling methods and plasma expansions into vacuum*, Phys. Fluids **24**, 1885 (1993).

P. MORA et R. PELLAT. *Self-similar expansion of a plasma into a vacuum*, Phys. Fluids **22**, 2300 (1979).

P. MORA. *Plasma expansion into a vacuum*, Phys. Rev. Lett. **90**, 185002 (2003).

P. MORA. *Thin-foil expansion into a vacuum*, Phys. Rev. E. **72**, 056401 (2005).

P. MORA. *Collisionless expansion of Gaussian plasma into a vacuum*, Phys. Plasmas **12**, 112102 (2005).

G. MOUROU et D. UMSTADTER. *Development and applications of compact high-intensity lasers*, Phys. Fluids B **4**, 2315 (1992).

C. SACK et H. SCHAMEL. *Plasma expansion into vacuum-a hydrodynamic approach*, Phys. Rep. **156**, 311 (1987).

Y. SENTOKU, T. E. COWAN, A. KEMP et H. RUHL. *High energy proton acceleration in interaction of short laser pulse with dense plasma target*, Phys. Plasmas **10**, 2009 (2003).

L. O. SILVA, M. MARTI, J. R. DAVIES, R. A. FONSECA, C. REN, F. S. TSUNG et W. B. MORI. *Proton Shock Acceleration in Laser-Plasma*

---

*Interactions*, Phys. Rev. Lett. **92**, 015002 (2004).

R. A. SNAVELY *et al.* *Intense High-Energy Proton Beams from Petawatt-Laser Irradiation of Solids*, Phys. Rev. Lett. **92**, 015002 (2000).

M. A. TRUE, J. R. ALBRITTON *et al.* E. A. WILLIAMS. *Fast ion production by suprathermal electrons in laser fusion plasmas*, Phys. Fluids **24**, 1885 (1981).

L. M. WICKENS, J. E. ALLEN *et al.* P. T. RUMSBY. *ion emission from laser-produced plasmas with 2 electron temperatures*, Phys. Rev. Lett. **41**, 243 (1978).

M. WIDNER, I. ALEXEFF *et al.* W. D. JONES. *Plasma expansion into a vacuum*, Phys. Fluids **14**, 795 (1971).

S. C. WILKS, W. L. KRUEER, M. TABAK *et al.* A. B. LANGDON. *Absorption of Ultra-Intense Laser Pulses*, Phys. Rev. Lett. **69**, 1383 (1992).

S. C. WILKS, A. B. LANGDON, T. E. COWAN, M. ROTH, M. SINGH, S. HATCHETT, M. H. KEY, D. PENNINGTON, A. MACKINNON *et al.* A. SNAVELY. *Energetic proton generation in ultra-intense laser-solid interactions*, Phys. Plasmas **8**, 542 (2001).

M. ZEPF *et al.* *Fast Particle Generation and Energy Transport in Laser-Solid Interactions*, Phys. Plasmas **8**, 2323 (2001).



## Résumé

Cette thèse constitue une étude théorique et numérique sur l'accélération d'ions à haute énergie dans l'expansion d'un plasma créé par laser. Les faisceaux d'ions émis en face arrière d'une cible irradiée présentent des caractéristiques (laminarité, faible divergence, largeur des spectres) qui les distinguent de ceux provenant de la face avant. Ces caractéristiques ouvrent la voie à de nombreuses applications telles que la protonthérapie ou la radiographie de protons. L'accélération des ions s'effectue via un champ électrostatique auto-consistant résultant de la séparation de charges entre les ions et les électrons chauds. La première partie du mémoire présente le modèle théorique fluide ainsi que le code de simulation hybride décrivant l'expansion du plasma. La modélisation numérique d'une récente expérience de sondage du champ d'expansion par faisceaux de protons permet de valider le modèle exposé. L'influence d'un gradient initial de densité sur l'efficacité de l'accélération est abordée dans la seconde partie. Nous établissons un modèle qui retrace la dynamique du plasma et plus particulièrement le déferlement du flot ionique. Les réseaux de courbes qui prévoient une nette dégradation de l'énergie maximale des protons pour de grandes longueurs de gradient sont en accord avec les résultats expérimentaux. L'hypothèse d'un équilibre de Boltzmann électronique, supposé dans le modèle fluide, est remise en cause dans la troisième partie où les électrons suivent une description cinétique. La nouvelle version du code permet d'évaluer l'écart à la loi de Boltzmann, qui ne modifie pas cependant de manière significative l'énergie maximale acquise par les ions.

**Mots-clés:** Interaction laser-plasma ; Impulsions laser ultra-courtes et ultra-intenses ; Expansion de plasma ; accélération d'ions ; Code lagrangien ; Séparation de charges, Invariants adiabatiques, Fonction de distribution non-maxwellienne

## Abstract

This PhD dissertation is a theoretical and numerical study on the high energy ion acceleration in laser created plasma expansion. The ion beams produced on the rear side of an irradiated foil reveal some characteristics (laminarity, low divergence, wide spectra) which distinguish them from the ones coming from the front side. The discovery of these beams has renewed speculation for applications such as protontherapy or proton radiography. The ion acceleration is performed via a self-consistent electrostatic field due to the charge separation between ions and hot electrons. In the first part of this dissertation, we present the fluid theoretical model and the hybrid code which simulates the plasma expansion. The numerical simulation of a recent experience on the dynamic of the electric field by proton radiography validates the theoretical model. The second part deals with the influence of an initial ion density gradient on the acceleration efficiency. We establish a model which relates the plasma dynamic and more precisely the wavebreaking of the ion flow. The numerical results which predict a strong decrease of the ion maximum energy for large gradient length are in agreement with the experimental data. The Boltzmann equilibrium for the electron assumed in the first part has been thrown back into doubt in the third part. We adopt a kinetic description for the electron. The new version of the code can measure the Boltzmann law deviation which does not strongly modify the maximum energy that can reach the ions.

**Keywords:** Laser-plasma interaction ; Ultrashort and ultraintense laser pulses ; Plasma expansion ; ions acceleration ; lagrangian code ; Charge separation ; adiabatic invariant, Non-maxwellian distribution function

